

**Е. Н. Рядинская, Е. В. Балко,
К. Б. Богрова, Л. С. Бондарь**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В ПСИХОЛОГИИ**

Учебное пособие

Второе издание, переработанное и дополненное

Макеевка - 2020

УДК 159.9.075(075.8)
ББК 88в631я73
М 34

*Рекомендовано к изданию
Ученым Советом
ГОУ ВПО «Донбасская
аграрная академия»
(протокол № 6 от 29.06.2020)*

Рецензенты:

Е. Г. Максименко – доктор психологических наук, доцент, доцент кафедры психологии ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

Т. Б. Волобуева – кандидат педагогических наук, доцент, член-корреспондент МАНПО, проректор по научно-педагогической работе ГОУ ДПО «Донецкий республиканский институт дополнительного педагогического образования»

В. М. Синельников – кандидат психологических наук, профессор, профессор кафедры психологии ГОУ ВПО «Донбасская аграрная академия»

Математические методы в психологии : Учебное пособие / Е. Н. Рядинская, Е. В. Балко, К. Б. Богрова, Л. С. Бондарь. – 2-е изд., перераб. и доп. – Макеевка : ДОНАГРА ; Донецк : Цифровая типография (ФЛП Артамонов Д. А.), 2020. – 290 с.

В предлагаемом учебном пособии дано подробное обоснование каждого критерия для выбора математической обработки в зависимости от задач и условий констатирующего среза или формирующего эксперимента психологических исследований.

Данное учебное пособие предназначено для обучающимися образовательных уровней бакалавриата, специалитета, магистратуры и аспирантуры в процессе обучения, практиками при повышении квалификации, а также широким кругом специалистов в сфере психологии и математической статистики.

ГОУ ВПО «ДОНАГРА», 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	6
РАЗДЕЛ 1 ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПСИХОЛОГИИ	8
1.1. Общие алгоритмы экспериментального психологического исследования	8
1.2. Шкалы измерения психологических признаков	9
1.3. Понятие о параметрических и непараметрических критериях	15
1.4. Оценка достоверности различий исследуемого психологического признака по уровню статистической значимости критерия.....	17
1.5. Алгоритм исследовательского раздела.....	18
1.6. Краткая классификация задач и методов их статистического решения.....	19
Контрольные вопросы	21
Практические задания.....	23
РАЗДЕЛ 2 ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ПСИХОЛОГИИ	24
2.1. Математические методы для выявления различий в средних значениях исследуемого психологического признака между двумя выборками.....	24
2.1.1. t-критерий Стьюдента.....	24
2.1.2. Метод характеристических интервалов	36
2.1.3. Коэффициент линейной корреляции Пирсона	48
Контрольные вопросы	55
Практические задания.....	56
РАЗДЕЛ 3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ПСИХОЛОГИИ	57
3.1. Математические методы для выявления различий в уровне исследуемого психологического признака между двумя выборками..	58
3.1.1. Q – критерий Розенбаума.....	55
3.1.2. U – критерии Манна-Уитни.....	65

3.1.3. ϕ^* – критерий (угловое преобразование Фишера).....	74
3.2. Математические методы для выявления статистической значимости различий в уровне исследуемого психологического признака между тремя выборками.....	84
3.2.1. H – критерий Крускала – Уоллиса.....	84
3.3. Математические методы для выявления статистической значимости различий в распределении показателей психологических признаков.....	92
3.3.1. χ^2 – критерий Пирсона.....	92
3.3.2. χ^2 – критерий Пирсона для сопоставления эмпирического распределения психологического признака с теоретическим.	97
3.3.3. χ^2 – критерий Пирсона для сопоставления двух эмпирических распределений психологических признаков	113
3.3.4. Расчет критерия χ^2 при укрупнении разрядов психологического признака, который варьирует в широком диапазоне значений.....	117
3.4. Математические методы для выявления степени согласованности изменений психологических признаков.....	122
3.4.1. Коэффициент ранговой корреляции r_s Спирмена	122
3.4.2. Корреляция между двумя психологическими признаками... ..	124
3.4.3. Корреляция между двумя групповыми иерархиями признаков	129
3.5. Критерий оценки статистической достоверности сдвигов показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии двух замеров.....	134
3.5.1. G – критерий знаков.....	134
3.5.2. T-критерий Вилкоксона.....	149
3.6. Критерии оценки статистической достоверности сдвигов показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии трех и более замеров ..	165
3.6.1. Критерий χ^2 Фридмана	165
3.6.2. L – критерий тенденций Пейджа	174
Контрольные вопросы	184
Практические задания.....	185
РАЗДЕЛ 4. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ОБЩЕЙ ПСИХОЛОГИИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИЗМЕНЕНИЙ ПРИЗНАКА ПОД ВЛИЯНИЕМ КОНТРОЛИРУЕМЫХ УСЛОВИЙ.....	187

4.1. Дисперсионный анализ как метод математической статистики в общей психологии (Р.А.Фишер).....	187
4.1.1. Алгоритм проверки нормальности распределения результативного признака	187
4.1.2. Дисперсионный однофакторный анализ для несвязанных выборок	193
4.1.3. Дисперсионный однофакторный анализ для связанных выборок	201
4.2. Быстрые критерии дисперсионного анализа.....	214
4.2.1. Критерий Линка и Уолиса	214
4.2.2. Критерий Немени	220
4.3. S – критерий тенденций Джонкира.....	226
4.4. Факторный анализ.....	233
Контрольные вопросы	241
Практические задания.....	242
РАЗДЕЛ 5. ВЫБОР МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЗАДАЧ И УСЛОВИЙ ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НА КОНКРЕТНОМ ПРИМЕРЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ.....	243
ТЕСТОВЫЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ	265
ЛИТЕРАТУРА.....	287

ПРЕДИСЛОВИЕ

Неотъемлемой частью современной психологической науки является экспериментальное исследование. В процессе наблюдений, бесед, анкетирования, тестирования и применения других диагностических методик исследователь собирает эмпирический материал. Этот материал представляет собой набор чисел — результатов тестирования контрольной и экспериментальной групп испытуемых; частот встречаемости, ранжирования и т.д. Для обобщения этих данных и оформления их в логически обоснованный, содержательный вывод используются методы математической обработки.

Математическая обработка — это оперирование значениями признаков изучаемых объектов, полученными в психологическом исследовании, для принятия решения о достоверности различий. Она помогает выявить существенные различия между группами испытуемых относительно какой-либо психологической характеристики, установить наличие или отсутствие связи между признаками и показателями.

В учебном пособии предоставлены некоторые параметрические и непараметрические методы математической статистики, которые могут быть использованы для обработки экспериментальных данных психологических исследований, а также приведены подробные алгоритмы расчета по каждому из рассмотренных критериев на конкретных примерах результатов психологических исследований с обоснованием задач, условий и методов их решения.

Учебное пособие включает четыре раздела. В первом разделе рассматриваются общие определения математической статистики, знание которых необходимы каждому психологу в ходе психологического исследования для дальнейшего выбора метода математической обработки с целью получения достоверных результатов. Второй и третий разделы посвящены рассмотрению некоторых параметрических и непараметрических математических методов; четвертый — методам математической статистики для оценки изменений психологического признака под влиянием контролируемых условий.

В пособии дано подробное обоснование каждого параметрического и непараметрического критерия для выбора математической обработки в зависимости от задач и условий констатирующего среза или формирующего эксперимента психологических исследований, а также представлен алгоритм расчета каждого из известных параметрических и непараметрических критериев на примерах конкретных психологических методов с обоснованием статистической значимости и графическим представлением достоверности различий значений изучаемых

психологических признаков. Для доказательства значимости значений исследуемого психологического признака рассматривается каждый из известных параметрических и непараметрических критериев в системе единого подхода решения проблемы психологического исследования: обоснование задачи, условия, выбора метода математической обработки.

Несомненными достоинствами учебного пособия является то, что материал подан в весьма доступной форме, что позволяет использовать его при подготовке к текущим и промежуточным формам контроля знаний. Используя данное учебное издание, обучающиеся могут в предельно сжатые сроки систематизировать и конкретизировать знания, приобретенные в процессе изучения дисциплины «Математические методы в психологии», сосредоточить свое внимание на основных понятиях, их признаках и особенностях, сформулировать примерный план ответов на возможные вопросы итогового контроля.

Содержание учебного пособия соответствует требованиям государственных образовательных стандартов и образовательных программ, а также наименованию и содержанию рабочей программы учебной дисциплины «Математические методы в психологии».

Объем учебного пособия «Математические методы в психологии» соответствует нормам соотношения между объемом учебного издания и количеством учебных часов, отводимых на изучение учебной дисциплины для образовательных организаций, реализующих образовательные программы высшего профессионального образования.

Изложение материала в учебном пособии характеризуется научностью и четкой логической последовательностью. Теоретический материал разбит по разделам, логически структурирован, что делает его удобным для использования в образовательном процессе. Приведенные в учебном пособии вопросы для контроля усвоения знаний обучающихся, практические задания, тестовый материал для проверки знаний, позволяют обеспечить самопроверку усвоения учебного материала, а также способствуют формированию практических навыков и логического мышления.

При написании учебного пособия авторы исходили из того, что материал не может исчерпывающим образом раскрыть все вопросы математической статистики в психологии, а является лишь основной для дальнейшего углубленного изучения математических методов в целом.

Данное учебное пособие может быть использовано обучающимися образовательных уровней бакалавриата, специалитета, магистратуры и аспирантуры в процессе обучения, практиками при повышении квалификации, а также широким кругом специалистов в сфере психологии и математической статистики.

РАЗДЕЛ 1

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПСИХОЛОГИИ

В данном разделе раскрывается содержание основных математических понятий, используемых в психологии: общие алгоритмы экспериментального психологического исследования, шкалы измерения психологических признаков, параметрические и непараметрические критерии оценки достоверности различий исследуемого психологического признака по уровню статистической значимости критерия. Представлен алгоритм исследовательского раздела и краткая классификация методов математической обработки в зависимости от задач и условий психологического исследования.

Ключевые слова и понятия:

Экспериментальное психологическое исследование, математические понятия, алгоритм, шкалы измерения, параметрические критерии, непараметрические критерии, оценка достоверности, уровень статистической значимости критерия, методы математической обработки.

1.1. Общий алгоритм экспериментального психологического исследования

1. Провести психологическое исследование (тестирование) каждого испытуемого по выбранным психодиагностическим методикам.

2. Полученные результаты по каждому испытуемому представить в виде сводной таблицы, соответствующей методике, с указанием:

- кода испытуемого (№, фамилия, имя и т.п.);
- психологических признаков;
- единиц измерения психологических признаков.

3. На основании сводной таблицы по предлагаемому к методике ключу (коду, алгоритму) создать таблицу для расчета количественных (число, процент) показателей и анализа качественных характеристик психологических признаков.

4. Выделить психологические признаки, которые будут сопоставляться в одной или нескольких выборках испытуемых, для выявления различий по этим признакам с использованием математических методов.

1.2. Шкалы измерения психологических признаков

Методы математической обработки в психологии направлены на решение множества задач психологического исследования, которое предполагает те или иные **сопоставления**

Как правило, речь идет о сопоставлении значений признака, определяемого термином «наблюдение» или «наблюдаемое значение».

Наблюдение – это одна зарегистрированная реакция, один совершенный выбор, одно существенное действие или результат одного испытуемого.

Необходимо иметь четкое представление об основных понятиях, используемых в математической обработке психологических данных.

Выбор методов математической обработки полученных эмпирических данных определяется видом эксперимента: констатирующего или формирующего.

Констатирующий эксперимент – это эксперимент, устанавливающий наличие какого-либо факта или явления. Эксперимент становится констатирующим, если исследователь ставит задачу выявления наличного состояния и уровня сформированности некоторого свойства или изучаемого параметра.

Цель констатирующего эксперимента – измерение, получение первичного материала для организации формирующего эксперимента.

Формирующий (преобразующий, обучающий) эксперимент ставит своей целью активное формирование или воспитание тех или иных сторон психики, уровней деятельности и т.д.; используется при изучении конкретных путей формирования личности ребёнка, обеспечивая соединение психологических исследований с педагогическим поиском и проектированием наиболее эффективных форм учебно-воспитательной работы [5].

Измеряемые психологические признаки и явления могут быть измерены как количественно, так и качественно. Величина, которая предположительно будет или может варьировать во время эксперимента или наблюдения называется *переменная*. Произвольно изменяемая экспериментатором переменная называется *независимой переменной* (ИИ). Переменная, за изменениями которой наблюдают в процессе эксперимента, называется *зависимой переменной* (ЗП). Как правило, одна группа испытуемых оказывается под воздействием независимой переменной, а другая группа, которую мы назовем «*контрольной*», этого воздействия не получает.

Психологические переменные являются случайными величинами, поскольку заранее неизвестно, какое именно значение они примут.

Разнообразные виды измерения в теоретическом плане формализуются с помощью числового представления и шкалы.

Шкала – это множество чисел, отношения между которыми отражают отношения между объектами эмпирической системы. **Шкалирование** – это совокупность экспериментальных и математических приемов для измерения особенностей психических процессов и состояний. Под шкалированием психологических процессов, свойств, объектов или событий понимается процесс приравнивания к этим процессам, свойствам, объектам или событиям чисел по определенным правилам, а именно таким образом, чтобы в отношениях чисел отображались отношения явлений, подлежащих измерению.

Значения признака определяются при помощи четырех специальных шкал измерения [27, 12]:

- номинативная, или номинальная, или шкала наименований;
- порядковая, или ординальная шкала;
- интервальная, или шкала равных интервалов;
- шкала равных отношений.

Номинативная шкала – это шкала, классифицирующая по названию: *nomen* (лат.) – имя, название. *Она не измеряется количественно.* Номинативная шкала – это способ классификации объектов или субъектов, распределения их по ячейкам классификации.

Номинальная шкала определяет, что разные свойства или признаки качественно отличаются друг от друга, но не подразумевает каких-либо количественных операций с ними. Так, для признаков, измеренных по этой шкале нельзя сказать, что какой-то из них больше, а какой-то меньше, какой-то лучше, а какой-то хуже. Можно лишь утверждать, что признаки, попавшие в разные группы (классы) различны. Последнее и характеризует данную шкалу как качественную.

Выделяют два варианта номинативной шкалы:

- простой (дихотомическая шкала);
- сложный.

Дихотомическая шкала состоит из двух ячеек.

Признак, который измеряется по дихотомической шкале наименований, называется *альтернативным*. Он может принимать всего два значения – например, «признак проявился – признак не проявился».

Сложный вариант номинативной шкалы – классификация из трех и более ячеек.

Расклассифицировав все объекты, реакции или всех испытуемых по ячейкам классификации, переходят от наименований к числам, подсчитав количество наблюдений в каждой из ячеек. Например, участников международной конференции можно разбить на секции,

определяемые языком общения. Предположим, что в соответствии с официальными языками конференции, получилось три группы, в которых работа ведется на русском, английском и немецких языках. Здесь *признаком* для классификации является язык. Относительно полученных групп *нельзя установить отношения сравнения*: «одна лучше, а другая хуже», зато можно подсчитать количество участников в каждой секции, что и будет выступать числовой характеристикой группы.

Единица измерения, которой мы оперируем в случае номинативной шкалы, – это количество наблюдений (испытуемых, свойств, реакций и т.п.), т.е. *частота* встречаемости разных «наименований», или значений признака. Таким образом, мы переходим от качественных к количественным характеристикам признака, которые можно анализировать с помощью математических методов (критерий χ^2 , биномиальный критерий m , угловое преобразование Фишера, критерий Макнамары и др.).

Порядковая шкала – это шкала, в которой классификационные ячейки (классы) образуют последовательность от ячейки «самое малое значение» к ячейке «самое большое значение» (или наоборот).

В порядковой шкале должно быть не менее трех классов: 1-й, 2-й, 3-й класс; «низкий», «средний», «высокий». В порядковой шкале истинное расстояние между классами неизвестно, они лишь образуют последовательность.

От классов легко перейти к числам: низший класс получает ранг 1, средний – 2, а высший – 3 (или наоборот). Чем больше классов в шкале, тем больше возможностей для математической обработки полученных данных и проверки статистических гипотез. Все психологические методы, использующие ранжирование, построены на применении шкалы порядка (например, упорядочить 18 ценностей по степени их значимости для испытуемого, проранжировать список личностных качеств 10 претендентов на занимаемую должность по степени их профессиональной пригодности).

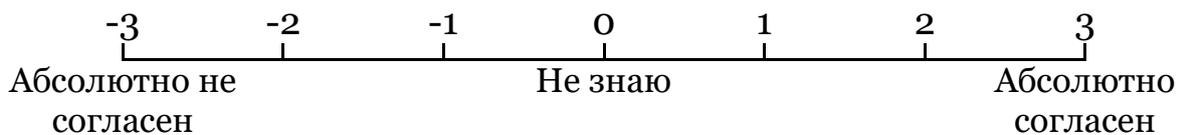
Единица измерения в шкале порядка – расстояние в 1 класс или 1 ранг, при этом расстояние между классами и рангами может быть разным. К данным, полученным в порядковой шкале, применимы все непараметрические критерии и методы.

Таким образом, порядковая шкала – это шкала последовательности значений признака с использованием ранжирования.

Интервальная шкала – это шкала, где каждое из возможных значений признака отстоит от другого на равном расстоянии.

Так, в психологии часто используется семантический дифференциал Ч. Осгуда, который является примером измерения по интервальной шкале различных психологических особенностей

личности, социальных установок, ценностных ориентации, субъективно-личностного смысла, различных аспектов самооценки и т.п.



Важной особенностью шкалы интервалов является то, что у нее нет естественной точки отсчета (нуль условен и не указывает на отсутствие измеряемого свойства). Так, например, при измерении уровня интеллекта с помощью теста IQ, даже если испытуемый не дал ни одного правильного ответа, то нельзя утверждать, что у него полностью отсутствует интеллект.

Только измерение по строго стандартизированной тестовой методике, при условии того, что распределение значений достаточно близко к нормальному (см. ниже), может считаться измерением в интервальной шкале.

Нормальное (Гауссово) распределение

Распределением признака называется закономерность встречаемости разных его значений [27].

В психологических исследованиях чаще всего ссылаются на нормальное распределение. Нормальное распределение характеризуется тем, что крайние значения признака в нем встречаются достаточно редко, а значения близкие к средней величине – достаточно часто.

Нормальным такое распределение называется потому, что оно очень часто встречалось в естественно-научных исследованиях и казалось «нормой» всякого массового случайного проявления признаков.

Нормальное распределение характеризуется двумя числовыми характеристиками – параметрами: *математическим ожиданием* M (или a), в качестве которого обычно принимают среднее арифметическое значение признака ($a \approx \bar{X}$), и *средним квадратическим отклонением* σ , которое характеризует рассеивание признака от его среднего значения.

Графиком нормального распределения есть некоторая идеальная (колоколообразная) форма симметричного распределения (рис. 1).

Статистики показали, что при нормальном распределении «большая часть» результатов, располагающаяся в пределах одного стандартного отклонения по обе стороны от средней, в процентном отношении всегда одна и та же и не зависит от величины стандартного отклонения: она соответствует 68,26% популяции (т.е. 34,13% ее элементов располагается слева и 34,13%-справа от средней). 94,45% элементов популяции при нормальном распределении не выходит за пределы двух стандартных отклонений от средней. А в пределах трех

стандартных отклонений уместается почти вся популяция – 99,73% (рис. 2).

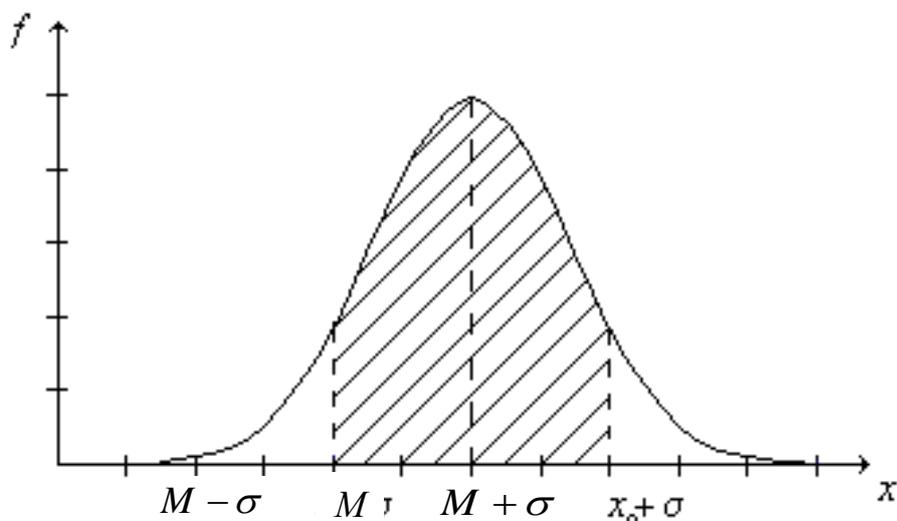


Рис. 1. Кривая Гаусса

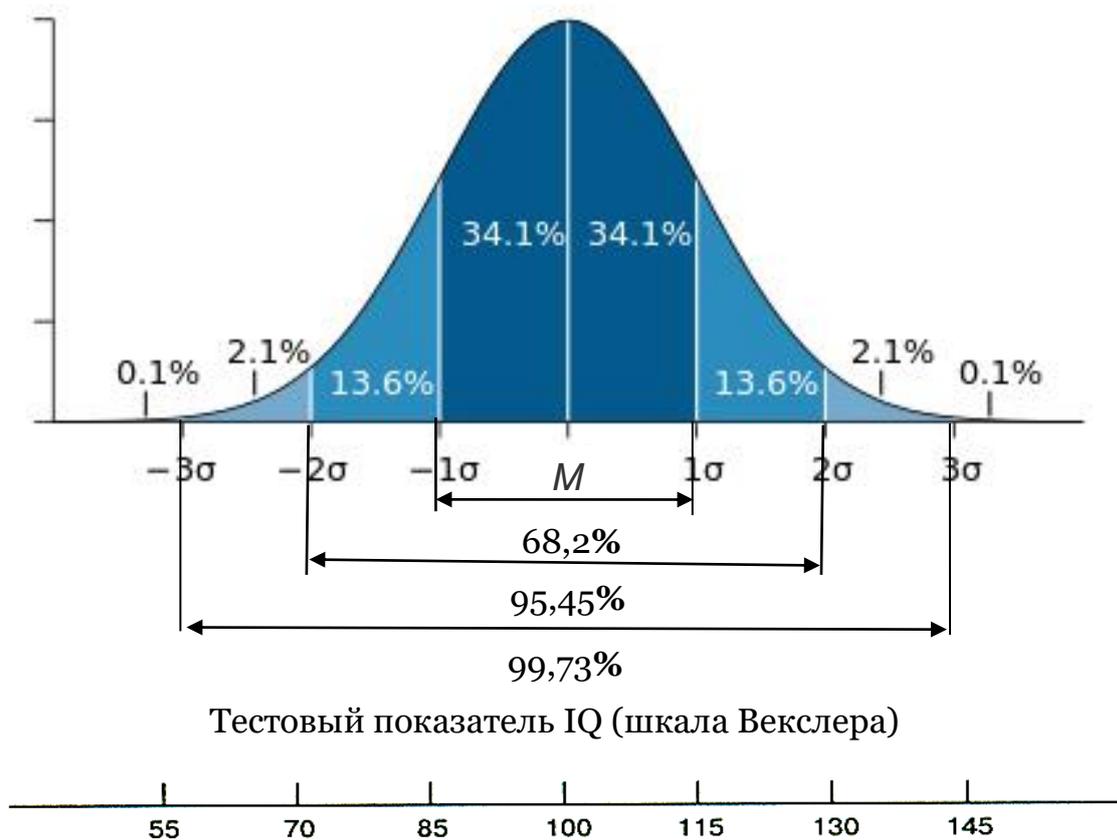


Рис. 2. Вверху – значения признака при нормальном распределении¹, внизу соответствующие показатели шкалы Векслера

¹ Неточности при непосредственном сложении связаны с округлениями

Так, например, если по результатам измерения средний уровень IQ испытуемых какой-либо возрастной группы равен 100 баллов ($M=100$) а среднеквадратическое отклонение $\sigma=15$, то показатель близкий к 100 баллам: от 85 баллов ($M - \sigma = 100 - 15 = 85$) до 115 баллов ($M + \sigma = 100 + 15 = 115$) будет характерен для 68% участников данной группы. У 94,45% наблюдаемых от 70 до 130 баллов ($M \pm 2\sigma = 100 \pm 2 * 15$). У абсолютного большинства – 99,73% от 55 до 145 баллов ($M \pm 3\sigma$). И только примерно в 0,1% случаев он будет меньше 55 или больше 145 баллов (т.е., 1 респондент из 1000). И, столкнувшись с представителем данной группы вы с определенной вероятностью можете прогнозировать, что уровень его IQ будет в районе 100 пунктов, но вам может встретиться и представитель меньшей части данной группы – значительно умнее или глупее.

Таким образом, интервальная шкала – это шкала, для которой характерно нормальное распределение значений признака, характеризующиеся двумя параметрами: средним арифметическим значением и средним квадратическим отклонением.

Принцип построения большинства интервальных шкал основан на известном правиле «трех сигм»: примерно 99,7% всех значений признака при нормальном его распределении укладываются в диапазоне $M \pm 3\sigma$

Шкала равных отношений – это шкала, классифицирующая объекты или субъекты пропорционально степени выраженности измеряемого свойства. В шкале отношений классы обозначаются числами, которые пропорциональны друг другу: 2 так относится к 4, как 4 к 8. Это предполагает наличие нулевой точки отсчета.

Например, при выборе одной из альтернатив испытуемые не выбирали альтернативу А ни одного раза, альтернативу Б – 14 раз и альтернативу В – 28 раз. Можно утверждать, что альтернативу В выбирают в 2 раза чаще, чем альтернативу Б. однако при этом измерено не психологическое свойство человека, а соотношение выборов у 42 человек.

Единица измерения в этой шкале отношений – 1 наблюдение, 1 выбор, 1 реакция и т.п., т.е она представляет собой универсальную шкалу измерения в частотах встречаемости того или иного значения признака. По отношению к показателям частот возможно применять все арифметические операции: сложение, вычитание, деление и умножение.

Шкала равных отношений классифицирует значения признаки пропорционально степени их выраженности.

В психологии примерами шкал равных отношений являются шкалы порогов абсолютной чувствительности (С. Стивенс).

Таким образом:

Номинативная шкала – это шкала наименований значения признака (например, темперамент кадого члена группы).

Порядковая шкала – это шкала последовательности значений признака с использованием ранжирования (например, оценка школьника по какому-либо предмету или место, занятое спортсменом на соревнованиях).

Интервальная шкала – это шкала, классифицирующая элементы по признаку «больше на несколько единиц и меньше на несколько единиц». Каждое из возможных значений признака отстоит от другого на равном расстоянии. Для интервальной шкалы характерно нормальное распределение значений признака, характеризующиеся двумя параметрами: средним арифметическим значением и средним квадратическим отклонением (например, уровень интеллекта по тесту Векслера).

Шкала равных отношений классифицирует значения признаки пропорционально степени их выраженности (например, скорость, с которой спортсмен пробежал дистанцию).

1.3. Понятие о параметрических и непараметрических критериях

При статистическом распределении значений психологических признаков могут быть использованы как параметрические, так и непараметрические критерии.

Параметрический критерий – это критерий параметров распределения психологического признака, в формулу расчета которого входят оценка дисперсии, а ее составляющей является среднее арифметическое значение признака.

Среднее арифметическое (оценка математического ожидания) вычисляется по формуле:

$$\bar{X} = M = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака;

i – индекс, указывающий на порядковый номер данного значения признака;

n – количество наблюдений;

\sum – знак суммирования.

Дисперсия – это мера разброса данных относительно среднего значения признака. Оценка дисперсии определяется по формуле:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака;

\bar{x} – среднее значение значения признака;

n – количество наблюдений;

Величина, представляющая собой квадратный корень из несмещенной оценки дисперсии (s) называется **стандартным отклонением** или **средним квадратическим отклонением**. Обозначают эту величину греческой буквой σ (сигма) а не s . На самом деле σ – это стандартное отклонение в генеральной совокупности, а s – несмещенная оценка этого параметра в исследованной выборке. Но, поскольку s – лучшая оценка σ эту оценку стали часто обозначать уже не как s , а как σ [27, 22].

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Экспериментальные данные при использовании параметрических критериев должны отвечать двум, а иногда трем, условиям:

- значения признака измерены по интервальной шкале;
- распределение признака является нормальным;
- в дисперсионном анализе должно соблюдаться требование равенства дисперсий в ячейках комплекса.

Параметрические критерии позволяют прямо оценить различия в:

- средних, полученных в двух выборках (t -критерий Стьюдента, коэффициент линейной корреляции по К. Пирсону- r);
- дисперсиях (критерий Фишера).

Непараметрические критерии – это критерии, когда статистическое распределение значений психологического признака не предполагает вычисления параметров:

- средних значений признака, средняя арифметическая величина, средняя геометрическая G_i , средняя гармоническая H , медиана Me , мода Mo ;
- меры рассеяния (вариации, разброс); вариант-разброс, вариант по амплитуде вокруг среднего значения: вариационный размах, среднее линейное (абсолютное) отклонение, среднее квадратическое отклонение (ошибка) или стандартное отклонение σ , коэффициент вариации V ;
- некоторых других параметров статистического распределения: коэффициент асимметрии A , эксцесс E .

Непараметрические критерии применяются к порядковым (ранг), а не строго количественным психологическим показателям, непараметрические критерии не требуют анализа формы распределения, в частности не рассчитаны на нормальное (гауссово) распределение (подобно критерию Стьюдента).

Экспериментальные данные при использовании непараметрических критериев отвечают следующим условиям:

- значения признака могут быть представлены в любой шкале, начиная от шкалы наименований;
- распределение признака может быть любым и совпадение его с каким-либо теоретическим законом распределения необязательно и не нуждается в проверке;
- требование равенства дисперсий отсутствует.

Непараметрические критерии позволяют:

оценить лишь тенденции, например, ответить на вопрос, чаще ли в выборке А встречаются более высокие, а в выборке Б – ее низкие значения признака (критерии Q, U, φ^* и др.);

оценить лишь различия в диапазонах вариативности признака (критерий φ^*);

выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию при любом распределении признака (критерии тенденций L и S).

1.4. Оценка достоверности различий исследуемого психологического признака по уровню статистической значимости критерия

Для доказательства значимости (достоверности) или незначимости (недостоверности) исследуемого психологического признака выделяют уровни статистической значимости критерия. В психологии принято считать низшим уровнем статистической значимости критерия 5%-ый уровень ($p \leq 0,05$); достаточным – 1%-ый уровень ($p \leq 0,01$) и высшим – 0,1%-ый уровень ($p \leq 0,001$), поэтому в таблицах критических значений обычно приводятся значения критериев, соответствующих уровням статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$, и иногда – $p \leq 0,001$.

До тех пор, пока уровень статистической значимости критерия не достигнет $p = 0,05$ говорить о достоверности различий исследуемого психологического признака не представляется возможным.

Выделяют эмпирическое и критическое значение статистического критерия. По результатам сравнения эмпирического и критического значений критерия подтверждается статистическая достоверность различий исследуемого психологического признака (принятие гипотезы H_1) или опровергается, что указывает на отсутствие различий (принимается гипотеза H_0).

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p \leq 0,05$ или превышает его, то H_0 отклоняется но мы еще не можем определенно принять H_1 .

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p \leq 0,01$ или превышает его, то H_0 отклоняется и принимается H_1 .

Исключения из правил составляют: критерий знаков G , критерий T -Вилкоксона и критерий U -Манна-Уитни. Для них устанавливаются обратные соотношения.

Для выявления уровня статистической значимости критерия выбранного математического метода необходимо:

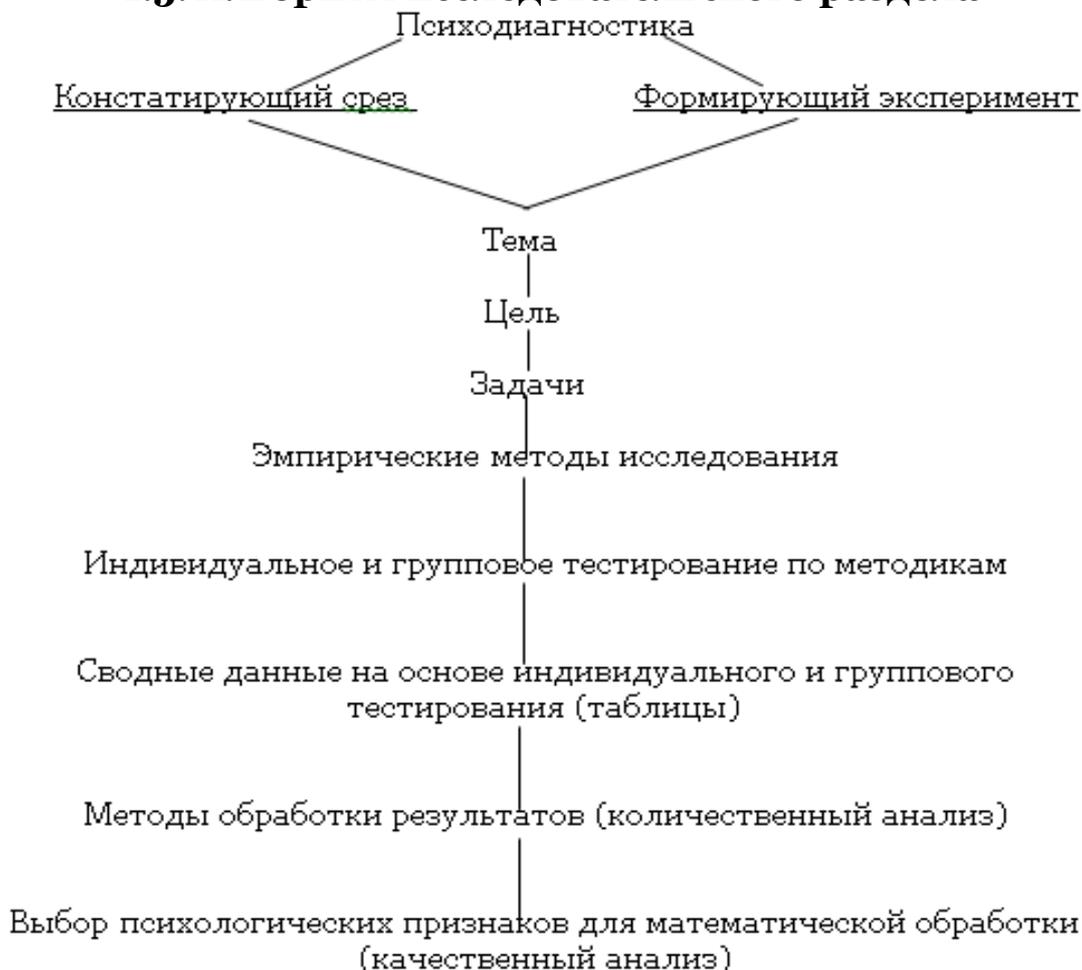
Провести подсчет выбранного критерия по предлагаемому алгоритму с целью определения его эмпирического и критического значений.

Сопоставить уровни статистической значимости эмпирического значения критерия с критическим для принятия решения о наличии достоверных различий (H_1) или их отсутствии (H_0).

Графическое представление критерия – «ось значимости».



1.5. Алгоритм исследовательского раздела



1.6. Краткая классификация задач и методов их статистического решения

Методы математической обработки выбираются в зависимости от задач и условий психологического исследования (табл. 1).

Таблица 1

Методы математической обработки в зависимости от задач и условий психологического исследования

Задачи	Условия	Методы
Параметрические		
Оценка различий в средних значениях исследуемого признака	2 выборки испытуемых	t- критерий Стьюдента; метод характеристических интервалов; r-коэффициент линейной корреляции Пирсона
Непараметрические		
1. Выявление различий в уровне исследуемого признака	а) 2 выборки испытуемых	Q – критерий Розенбаума; U – критерий Манна-Уитни; φ^* – критерий (угловое преобразование Фишера) критерий Макнамары
	б) 3 и более выборок испытуемых	S – критерий тенденций Джонкира; H – критерий Крускала-Уоллиса.
2. Выявление различий в распределении признака	а) при сопоставлении эмпирического признака распределения с теоретическим	χ^2 – критерий Пирсона; λ – критерий Колмогорова-Смирнова; m - биномиальный критерий.
	б) при сопоставлении двух эмпирических распределений	χ^2 – критерий Пирсона; λ – критерий Колмогорова-Смирнова; φ^* – критерий (угловое преобразование Фишера)
3. Выявление степени согласованности изменений	а) двух признаков	r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
	б) двух иерархий или профилей	r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

4. Анализ изменений признака под влиянием контролируемых условий	а) под влиянием одного фактора	S – критерий тенденций Джонкира L – критерий тенденций Пейджа; однофакторный дисперсионный анализ Фишера.
	б) под влиянием двух факторов одновременно	Двухфакторный дисперсионный анализ Фишера.

Виды сдвигов	Объект сопоставлений	Условия		Критерии оценки достоверности сдвига
		Количество замеров	Группы	
Сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после воздействия: а) при отсутствии контрольной группы	2	1	G - критерий знаков; T - критерий Вилкоксона
		3 и более	1	L - критерий тенденций Пейджа; χ²r - критерий Фридмана
	б) при наличии контрольной группы	2	2	Вариант 1 - сопоставление значений «до» и «после» отдельно по экспериментальной и контрольной группам: G - критерий знаков; T - критерий Вилкоксона Вариант 2 - сопоставление сдвигов в двух группах: Q - критерий; U - критерий Манна-Уитни; Ф* - критерий Фишера

		3 и более	2	Сопоставление значений отдельно по экспериментальной и контрольной группам: L – критерий тенденций Пейджа; χ_r^2 – критерий Фридмана
--	--	-----------	---	---

Таким образом, задачи и условия психологического исследования являются основанием выбора метода математической обработки для оценки достоверности (недостоверности) различий исследуемого психологического признака по уровню статистической значимости критерия. Критерии делятся на параметрические и непараметрические. Параметрические критерии позволяют оценить различия в средних значениях; непараметрические – в уровне, распределении, степени согласованности, под влиянием контролируемых условий и оценке сдвига значений исследуемого психологического признака.

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте общий алгоритм экспериментального психологического исследования.
2. Назовите шкалы измерения психологических признаков.
3. Чем определяется выбор методов математической обработки полученных экспериментальных данных.
4. Охарактеризуйте номинативную шкалу измерения психологических признаков.
5. Раскройте сущность порядковой шкалы измерения психологических признаков.
6. Роль интервальной шкалы в измерении психологических признаков.
7. Какими двумя параметрами характеризуется интервальная шкала.
8. Суть шкалы равных отношений в измерении психологических признаков.
9. Дайте характеристику параметрических критериев.
10. Охарактеризуйте непараметрические критерии с точки зрения статистического распределения значений психологического признака.

11. Какая оценка входит в формулу расчета параметрического критерия.
12. Что является составляющей оценки дисперсии.
13. Каким условием должны отвечать экспериментальные данные при использовании параметрических критериев.
14. В каких значениях признака параметрические критерии позволяют прямо оценить различия.
15. Каким условиям отвечают экспериментальные данные при использовании непараметрических критериев.
16. Что позволяют оценить непараметрические критерии.
17. Что позволяют выявить непараметрические критерии.
18. Для чего выделяют уровни статистической значимости критерия.
19. Какой уровень статической значимости критерия считается низшим.
20. Назовите достаточный уровень статистической значимости критерия.
21. Какой уровень статистической значимости критерия является высшим.
22. Каким уровнем статистической значимости соответствуют значения критериев, которые приводятся в таблицах «Критические значения критерия...».
23. Какой уровень статистической значимости критерия позволяет говорить о достоверности различий исследуемого психологического признака.
24. Какие значения статистического критерия выделяют.
25. Чем подтверждается статистическая достоверность различий исследуемого признака (принятие гипотезы H_1).
26. Чем опровергается статистическая достоверность различий исследуемого психологического признака (принятие гипотезы H_0).
27. Раскройте сущность принятия гипотезы H_1 по уровню статистической значимости критерия, соответствующему $p \leq 0,01$.
28. Что необходимо выполнить для выявления уровня статистической значимости критерия выбранного математического метода.
29. Объясните графическое представление критерия – «ось значимости».
30. Охарактеризуйте алгоритм исследовательского раздела – констатирующий срез.
31. Раскройте сущность констатирующего эксперимента.

32. Что включает алгоритм исследовательского раздела – формирующий эксперимент.
33. Объясните суть формирующего эксперимента.
34. В чем отличие количественного и качественного анализа.
35. Охарактеризуйте выбор метода математической обработки результатов психологического исследования.

Практические задания

1. Постройте график нормального (Гаусово) распределения значений психологического признака.
2. Представьте формулу расчета оценки дисперсии психологического признака.
3. Напишите формулу для расчета среднего арифметического значения психологического признака.
4. Выделите уровни статистической значимости (достоверности) критерия.
5. Постройте «ось значимости» – графическое представление критерия.
6. Составьте алгоритм исследовательского раздела для констатирующего среза.
7. Составьте алгоритм исследовательского раздела для формирующего эксперимента.

РАЗДЕЛ 2

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ОБЩЕЙ ПСИХОЛОГИИ

В данном разделе раскрывается содержание следующих параметрических методов: t -критерий Стьюдента, метод характеристических интервалов, коэффициент линейной корреляции Пирсона – r . Данные математические методы используются для выявления различий в средних значениях исследуемого психологического признака между двумя выборками. Рассматриваются назначение, описание формулы для расчета эмпирических значений критерия каждого метода.

Алгоритм расчета параметрических критериев представлен на примерах конкретных психологических методов с обоснованием статистической значимости различий значений изучаемых психологических признаков.

Ключевые слова и понятия: параметрические методы, t -критерий Стьюдента, метод характеристических интервалов, коэффициент линейной корреляции Пирсона – r , алгоритм расчета критерия, эмпирические и критические значения критерия, статистическая достоверность различий.

2.1. Математические методы для выявления различий в средних значениях исследуемого психологического признака между двумя выборками

2.1.1. t -критерий Стьюдента

Критерий Стьюдента (t -критерий) – параметрический критерий.

Назначение критерия Стьюдента – используется для проверки статистической значимости (достоверности) различий двух средних значений изучаемого психологического признака между двумя выборками (группами) [18, 126-127].

Описание критерия Стьюдента

Этот метод определяет влияние количественных различий средних арифметических значений и их влияние на качественные различия изучаемого психологического признака.

Критерий Стьюдента позволяет прямо оценить количественные различия в средних арифметических значениях изучаемого психологического признака между двумя выборками (группами).

В формулу расчета t-критерия Стьюдента включаются параметры распределения, то есть «измерение» и «разницы средних значений и их разброса».

Формула для расчета t-критерия Стьюдента

$$t = \frac{\bar{x}_{\text{ар.}}^I - \bar{x}_{\text{ар.}}^{II}}{\sqrt{m_I^2 + m_{II}^2}}$$

где $\bar{x}_{\text{ар.}}^I$ и $\bar{x}_{\text{ар.}}^{II}$ – средние арифметические значения изучаемого психологического признака в каждой выборке.

Расчет $\bar{x}_{\text{ар.}}$

Среднее арифметическое (оценка математического ожидания) вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_{\text{ар.}} = M = \frac{\sum x_i}{n}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение психологического признака, количественно измеренного.

i – индекс, указывающий на порядковый номер данного значения психологического признака;

n – количество наблюдений;

\sum – знак суммирования.

M – оценка математического ожидания.

Расчет ошибки средней

Ошибка средней вычисляется по формуле:

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

где σ – стандартное отклонение или среднее квадратическое отклонение в данной выборке.

Оценка σ определяется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение психологического признака;

\bar{x} – среднее арифметическое значение признака;

n – количество наблюдений в выборке.

После расчета t-критерия Стьюдента необходимо это значение t сравнить с табличным значением $t_{\text{кр}}$ (таблица «Критические значения t-критерия Стьюдента»), вычисленным по соответствующей степени свободы ν , за которую принимается сумма объемов (количество

испытуемых) двух сравниваемых выборок, уменьшенная на 2 единицы.

Формула для расчета степени свободы (ν):

$$\nu = (n_1 + n_2) - 2$$

По таблице «Критические значения t-критерия Стьюдента» находим значение $t_{кр.}$ (по ν) для уровня статистической значимости: $p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$; $p \leq 0,001$.

Делаем вывод.

Рассмотрим расчет критерия Стьюдента на конкретном примере.

По методике Л.И. Вансовской «Техника и беглость чтения» обследовано 2 группы школьников:

$n_1 = 11$ испытуемых

$n_2 = 15$ испытуемых

Задача: выявить статистическую значимость (достоверность) различий в средних арифметических значениях психологического признака «скорость чтения», полученных в двух группах испытуемых школьников.

Условие: 2 группы школьников:

$n_1 = 11$ испытуемых

$n_2 = 15$ испытуемых

Метод математической обработки – t-критерий Стьюдента (позволяет прямо оценить различия в средних, полученных в двух выборках).

Показатели скорости чтения (слов за минуту) по каждому испытуемому, и показатели для расчета t-критерия Стьюдента представлены в табл. 1.

Таблица 1

Расчет критерия Стьюдента по методике Л.И.Вансовской (Техника и беглость чтения)

Первая группа школьников ($n_1 = 11$)				Вторая группа школьников ($n_2 = 15$)			
№ п/п	Скорость чтения	$x_i - \bar{x}_{n_1}$	$(x_i - \bar{x}_{n_1})^2$	№ п/п	Скорость чтения	$x_i - \bar{x}_{n_2}$	$(x_i - \bar{x}_{n_2})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	115	15	225	1	58	-27	729
2	130	30	900	2	66	-19	361
3	95	-5	25	3	67	-18	324
4	85	-15	225	4	75	-10	100
5	80	-20	400	5	80	-5	25
6	95	-5	25	6	86	1	1
7	100	0	0	7	88	3	9
8	105	5	25	8	85	0	0

9	95	-5	25	9	84	-1	1
10	90	-10	100	10	89	4	16
11	110	10	100	11	90	5	25
				12	95	10	100
				13	98	13	169
				14	104	19	361
				15	110	25	625
	$\Sigma = 1100$				$\Sigma = 1275$		
	$\bar{x}_{ap.(n_1)} = 100$	$\Sigma (x_i - \bar{x}_{n_1})^2 = 2050$		$\bar{x}_{ap.(n_2)} = 85$		$\Sigma (x_i - \bar{x}_{n_2})^2 = 2846$	

АЛГОРИТМ расчета t-критерия Стьюдента

Расчет t-критерия Стьюдента	Пример
I. Формула расчета: $t = \frac{\bar{x}_{ap. I} - \bar{x}_{ap. II}}{\sqrt{m_I^2 + m_{II}^2}}$	Представлен в табл. 1.
II. Находим среднее арифметическое значение для каждой выборки по формуле: $\bar{x}_{ap.} = M = \frac{\Sigma x_i}{n}$	Находим среднее арифметическое значение для каждой группы: 2.1. $\bar{x}_{ap.(n_1)} = \frac{115 + 130 + 95 + \dots + 110}{11} = \frac{1100}{11} = 100$ $\bar{x}_{ap.(n_1)} = 100$ 2.2. $\bar{x}_{ap.(n_2)} = \frac{58 + 66 + 67 + \dots + 110}{15} = \frac{1275}{15} = 85$ $\bar{x}_{ap.(n_2)} = 85$
III. Находим отклонение каждого количественного показателя от среднего арифметического и квадрат отклонения для каждой выборки.	3.1. $x_i - \bar{x}_{ap.(n_1)}$: (столбец 3) 3.2. $x_i - \bar{x}_{ap.(n_2)}$: (столбец 7) 3.3. $(x_i - \bar{x}_{ap.})^2$ (столбец 4) $(x_i - \bar{x}_{ap.})^2$ (столбец 8)
IV. Находим отдельно сумму квадратов отклонений для двух выборок по формуле: $\Sigma (x_i - \bar{x}_{ap.})^2 =$	Определяем сумму квадратов отклонений для: 4.1. первой группы (n_1) $\Sigma (x_i - \bar{x}_{ap.(n_1)})^2 = 225 + 900 + 25 + \dots + 100 = 2050$ 4.2. второй группы (n_2) $\Sigma (x_i - \bar{x}_{ap.(n_2)})^2 = 729 + 361 + 324 + \dots + 625 = 2846$
V. Находим σ –	5.1. Находим σ – стандартное отклонение в

<p>стандартное отклонение в каждой выборке по формуле:</p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$	<p>первой группе (n_1):</p> $\sigma = \sqrt{\frac{2050}{11 - 1}} = \sqrt{\frac{2050}{10}} = \sqrt{205} = 14,32$ <p>5.2. Находим σ – стандартное отклонение во второй группе (n_2):</p> $\sigma = \sqrt{\frac{2846}{15 - 1}} = \sqrt{\frac{2846}{14}} = \sqrt{203,29} = 14,26$
<p>VI. Находим ошибку средней в каждой группе по формуле:</p> $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	<p>6.1. Находим ошибку средней для первой группы (n_1):</p> $m_{n_1} = \frac{14,32}{\sqrt{11}} = \frac{14,32}{3,31} = 4,31$ <p>6.2. Находим ошибку средней для второй группы (n_2):</p> $m_{n_2} = \frac{14,26}{\sqrt{15}} = \frac{14,26}{3,75} = 3,68$
<p>VII. Находим значения t-критерия Стьюдента по формуле:</p> $t = \frac{\bar{x}_{ap.}^I - \bar{x}_{ap.}^{II}}{\sqrt{m_I^2 + m_{II}^2}}$	$t = \frac{\bar{x}_{ap.(n_1)} - \bar{x}_{ap.(n_2)}}{\sqrt{m_{n_1}^2 + m_{n_2}^2}} = \frac{100 - 85}{\sqrt{4,31^2 + 3,68^2}} =$ $= \frac{15}{\sqrt{18,57 + 13,54}} = \frac{15}{\sqrt{32,11}} = \frac{15}{5,7} = 2,65$ <p style="text-align: center;">$t = 2,65$</p>
<p>VIII. Находим число степени свободы по формуле:</p> $V = (n_1 + n_2) - 2$ <p>где n – количество испытуемых в обеих выборках.</p>	<p>Число степени свободы:</p> $V = (11 + 15) - 2 = 26 - 2 = 24$ $V = 24$
<p>IX. По таблице «Критические значения t-критерия Стьюдента» по числу степени свободы V определить уровень статистической значимости (достоверности) ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$).</p>	$t_{кр.} = \begin{cases} V_{24} = 2,06 (p \leq 0,05) \\ V_{24} = 2,80 (p \leq 0,01) \end{cases}$ <p style="text-align: center;">$t > t_{кр.}:$</p> $2,65 > 2,06 (p < 0,05)$
<p>X. Вывод статистической значимости</p>	<p>o Принимается гипотеза H_1, т.е., скорость чтения в первой группе испытуемых достоверно превышает скорость</p>

(достоверности) различий двух средних арифметических значений изучаемого психологического признака, полученных в двух выборках.	чтения во второй группе испытуемых ($p < 0,05$)
---	---

Автоматический расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента

Автоматический расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента количественных показателей «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) в двух группах испытуемых школьников.

Шаг 1

Чтобы произвести правильный расчет с помощью настоящего скрипта, необходимо:

1. Выбрать расчет для случая с несвязными (независимыми) или связными (зависимыми) выборками.

2. Ввести в первую колонку («Выборка 1») данные первой выборки, а во вторую колонку («Выборка 2») данные второй выборки. Данные вводятся по одному числу на строку; без пробелов, пропусков и т.д. Вводятся только цифры. Дробные числа вводятся со знаком «.» (точка).

3. После заполнения колонок нажать на кнопку «Шаг 2», чтобы произвести автоматический расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента.

Количественные показатели «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) в двух группах испытуемых школьников представлены в табл. 2.

Таблица 2

Количественные показатели «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) в двух группах испытуемых школьников

Двухвыборочный критерий:	
<input type="text" value="для несвязных выборок"/>	
Выборка 1	Выборка 2
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; min-height: 100px;"> 115 130 95 85 80 95 100 105 95 90 110 </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; min-height: 100px;"> 80 86 88 85 84 89 90 95 98 104 110 </div>
<input type="button" value="Шаг 2"/> <input type="button" value="Сбросить"/>	

Шаг 2

Автоматический расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) в двух группах испытуемых школьников представлены в табл. 3.

Таблица 3

Автоматический расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) в двух группах испытуемых школьников

№	Выборки		Отклонения от среднего		Квадраты отклонений	
	В.1	В.2	В.1	В.2	В.1	В.2
1	115	58	15	-27	225	729
2	130	66	30	-19	900	361
3	95	67	-5	-18	25	324
4	85	75	-15	-10	225	100
5	80	80	-20	-5	400	25
6	95	86	-5	1	25	1
7	100	88	0	3	0	9
8	105	85	5	0	25	0
9	95	84	-5	-1	25	1
10	90	89	-10	4	100	16
11	110	90	10	5	100	25
12		95		10		100
13		98		13		169
14		104		19		361
15		110		25		625
Суммы:	1100	1275	0	0	2050	2846
Среднее:	100	85				

Согласно автоматическому расчету эмпирическое значение t -критерия Стьюдента – $t_{\text{эмп}} = 2.6$.

Критические значения t -критерия Стьюдента по числу степеней свободы [$\nu=(n_1+n_2)-2$] = 24, представлены в табл. 4.

Таблица 4

Критические значения t -критерия Стьюдента по числу степеней свободы = 24

$t_{\text{кр}}$	
$p \leq 0.05$	$p \leq 0.01$
2.06	2.8

Вывод о статистической достоверности различий:

$t_{\text{эмп}} > t_{\text{кр}}$:

2.60 > 2.06 ($p < 0,05$)

Графическое представление эмпирического значения t -критерия Стьюдента представлено на рис. 1

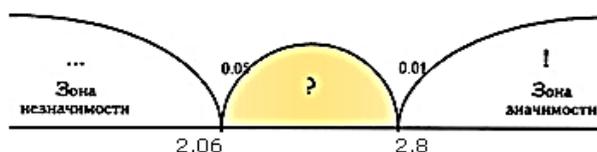


Рис. 1. Графическое представление эмпирического значения t -критерия Стьюдента

Полученное эмпирическое значение t (2.6) находится в зоне неопределенности.

Вывод: принимается статистическая гипотеза H_1 , т.е., скорость чтения в первой группе испытуемых достоверно превышает скорость чтения во второй группе испытуемых ($p < 0,05$).

Расчет эмпирического значения t -критерия Стьюдента для случая независимых выборок: обработка в SPSS

1. Составляем таблицу из двух столбцов, где VAR 1 – это количественные показатели «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) двух групп испытуемых школьников (значения нумеруются по порядку), VAR 2 – переменная, указывающая принадлежность каждого показателя к одной из двух групп (табл. 5).

Таблица 5

**Количественные показатели «скорость чтения»
(методика Вансовской Л.И.) двух групп испытуемых
школьников**

	VAR00003	VAR00004
1	115,00	1,00
2	130,00	1,00
3	95,00	1,00
4	85,00	1,00
5	80,00	1,00
6	95,00	1,00
7	100,00	1,00
8	105,00	1,00
9	95,00	1,00
10	90,00	1,00
11	110,00	1,00
12	58,00	2,00
13	66,00	2,00
14	67,00	2,00
15	75,00	2,00
16	80,00	2,00
17	86,00	2,00
18	88,00	2,00
19	85,00	2,00
20	84,00	2,00
21	89,00	2,00
22	90,00	2,00
23	95,00	2,00
24	98,00	2,00
25	104,00	2,00
26	110,00	2,00

2. В верхнем меню выбираем Analyze→Compare Means→Independent-Samples TTest.

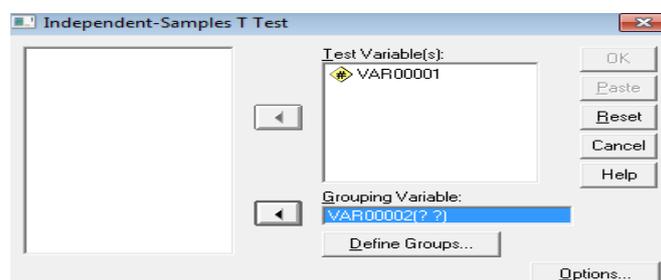
3. В открывшемся меню выделяем переменную VAR 1 и при помощи кнопки «переноса» переносим ее в правое верхнее окно Test Variable (s).

Группирующую переменную VAR 2 при помощи кнопки  переносим в правое нижнее окно Grouping Variable. Нажимаем кнопку Define Groups и задаем номера градации группирующей переменной.

Номера градации двух групп переменных представлены в табл. 6.

Таблица 6

Номера градации двух групп переменных



4. Нажимаем ОК и получаем следующие результаты, которые содержат стандартные отклонения, средние значения и ошибки средних значений количественных показателей двух групп испытуемых школьников (табл. 7).

Таблица 7

Стандартные отклонения, средние значения и ошибки средних значений количественных показателей «скорость чтения» (методика Вансовской Л.И.) двух групп испытуемых школьников

	VAR00002	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	1,00	11	100,0000	14,31782	4,31699
	2,00	15	85,0000	14,25783	3,68136

Эмпирические значения t -критерия Стьюдента и уровни статистической значимости (Sig. (2-tailed)) представлены в табл. 8.

Таблица 8

Эмпирические значения t -критерия Стьюдента и уровни статистической значимости (Sig. (2-tailed))

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
VAR00001	Equal variances assumed	,005	,946	2,646	24	,014	15,00000	5,66970	3,29832	26,70168
	Equal variances not assumed			2,644	21,653	,015	15,00000	5,67351	3,22292	26,77708

В табл. 8 представлено эмпирическое значение t -критерий Стьюдента, равное – 2,646 и значение p – уровень статистической значимости (Sig. (2-tailed)), равное 0,014.

$$0,01 < 0,014 < 0,05 \quad (95\%; p < 0,05)$$

Вывод: принимается гипотеза H_1 , т.е., скорость чтения в первой группе испытуемых достоверно превышает скорость чтения во второй группе испытуемых ($p < 0,05$).

Для определения уровней статистической значимости (достоверности) $p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$; $p \leq 0,001$ по числу степеней свободы применяется таблица «Критические значения t -критерия Стьюдента».

Способ применения таблицы. K – число степеней свободы. Его находят по формуле $n_1 + n_2 - 2$, где n_1 и n_2 – число наблюдений в сравниваемых выборках.

Обобщая вышесказанное, можно сделать следующие выводы:

1. Используя различные варианты расчета эмпирических значений t -критерия Стьюдента, нами получены на конкретном психологическом примере обследования двух групп испытуемых школьников по методике Вансовской Л.И. «Техника и беглость

чтения» следующие значения t -критерия Стьюдента и его уровни статистической значимости:

- Расчет по алгоритму: $t_{эмп}=2,650$ ($p<0,05$)
- Автоматический расчет: $t_{эмп}=2,600$ ($p<0,05$)
- Обработка в SPSS: $t_{эмп}=2,646$ ($p<0,05$)

2. Для доказательства статистической значимости (достоверности) или незначимости (недостоверности) исследуемого психологического признака могут быть использованы различные варианты расчета t -критерия Стьюдента.

Расчет критерия Стьюдента в Excel

Для того чтобы **рассчитать t -критерий Стьюдента (для зависимых и для независимых выборок) в Excel** необходимо сделать следующие шаги:

1. Вносим значения для двух переменных в таблицу (Например *Переменная 1* и *Переменная 2*)

2. Ставим курсор в пустую ячейку

3. На панели инструментов нажимаем кнопку ***fx*** (*вставить формулу*)

4. В открывшемся окне «*Мастер функций*» в поле «Категории» выбираем **Полный алфавитный перечень**

5. Затем в поле «*Выберите функцию*» находим функцию **ТТЕСТ**, которая возвращает вероятность, соответствующую критерию Стьюдента.

5.1. Нажимаем **Ок**

6. В открывшемся окне «*Аргументы функции*» в поле **Массив1** вносим **номера ячеек**, содержащие значения Переменной 1, в поле **Массив2** вносим **номера ячеек**, содержащие значения Переменной 2.

7. В поле «*Хвосты*» пишем **2** (критерий будет рассчитываться, используя **двустороннее распределение**, как и в SPSS); либо **1** (критерий будет рассчитываться, используя **одностороннее распределение**).

Важно!

8. В поле «*Тип*» пишем **1** (рассчитывается, если **выборки зависимые**); либо **2** или **3** (если **выборки независимые**).

9. Нажимаем **Ок**

10. Смотрим получившийся результат

Расчет t -критерий Стьюдента для независимых выборок с помощью компьютерной программы Excel приводится на примере психологического исследования при решении задачи 1 (см. раздел 5).

Таблица 2.1

Критические значения t (критерия Стьюдента)

K	Доверительные уровни			K	Доверительные уровни		
	95%	99%	99,9%		95%	99%	99,9%
1	12,71	63,86	636,6	21	2,08	2,83	3,82
2	4,30	9,93	31,60	22	2,07	2,82	3,79
3	3,18	5,84	12,94	23	2,07	2,81	3,77
4	2,78	4,60	8,61	24	2,06	2,80	3,75
5	2,57	4,03	6,86	25	2,06	2,79	3,73
6	2,45	3,71	5,96	26	2,06	2,78	3,71
7	2,37	3,50	5,41	27	2,05	2,77	3,69
8	2,31	3,36	5,04	28	2,05	2,76	3,67
9	2,26	3,25	4,78	29	2,04	2,76	3,66
10	2,23	3,17	4,59	30	2,04	2,75	3,65
11	2,20	3,11	4,44	40	2,02	2,70	3,55
12	2,18	3,06	4,32	50	2,01	2,68	3,50
13	2,16	3,01	4,22	60	2,00	2,66	3,46
14	2,15	2,98	4,14	80	1,99	2,64	3,42
15	2,13	2,95	4,07	100	1,98	2,63	3,39
16	2,12	2,92	4,02	120	1,98	2,62	3,37
17	2,11	2,90	3,97	200	1,97	2,60	3,34
18	2,10	2,88	3,92	500	1,96	2,59	3,31
19	2,09	2,86	3,88	∞	1,96	2,58	3,29
20	2,09	2,85	3,85				
K	5%	1%	0,1%	K	5%	1%	0,1%
	Уровни значимости				Уровни значимости		

Способ применения таблицы. K – число степеней свободы. Его находят по формуле $n_1 + n_2 - 2$, где n_1 и n_2 – число наблюдений в сравниваемых выборках.

2.1.2. Метод характеристических интервалов

Сущность математического анализа по способу В. С. Генеса заключается в том, чтобы для признаков, имеющих качественное выражение (различные значения психологических признаков), определить частоту (процент и ошибку) и сравнивать эти частоты между собой для определения достоверности различий [6; 7].

Метод характеристических интервалов позволяет определить чувствительность различных качественных значений психологического признака по проценту и его ошибке, полученных в каждой группе (выборке), для установления достоверности различий между ними.

Метод характеристических интервалов позволяет выявить достоверность различных значений психологического признака (например, высокий, умеренный, низкий уровень) между двумя выборками (группами).

Формула для расчета метода характеристических интервалов

Для оценки достоверности различий изучаемого признака между двумя выборками используется критерий t-Стьюдента:

$$t = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{S_{p1}^2 + S_{p2}^2}},$$

где t – критерий достоверности, устанавливаемый в зависимости от принятого уровня значимости психологического признака и числа наблюдений.

P_1 и P_2 – чувствительность уровня психологического признака, выраженная в процентах.

S_{p1}^2 и S_{p2}^2 – квадраты ошибок этих процентов, рассчитанные по формуле: $S_p = \sqrt{\frac{P(100 - P)}{n}}$, где

n – количество наблюдений.

В случае, если психологический признак встречается только в одной группе (детерминирующий признак), то его специфичность проверяется по сравнению с вероятностью психологического признака в группе, где он ни разу не встретился, высчитывается по формуле Ван дер Вардена:

$$P = \frac{0+1}{n+2} * 100$$

Ошибка этого процента определяется по формуле:

$$Sp = \pm \sqrt{\frac{p(100 - p)}{n + 3}}, \text{ где}$$

n – число наблюдений.

Для достоверности различий используется *таблица процентов и их ошибок* [6; 7].

Способ применения таблицы

Номер колонки указывается в каком числе наблюдений имелся определенный признак, номер строки – какое общее число наблюдений; на пересечении колонки и строк приведен процент, который составляет число наблюдений с исследуемым признаком по отношению к общему числу наблюдений и средняя ошибка процента ($p \pm m$).

Достоверность различий:

$$t \geq 2,0 - (p \leq 0,05) - (95\%)$$

$$t \geq 2,6 - (p \leq 0,01) - (99\%)$$

$$t \geq 3,0 - (p \leq 0,001) - (99,9\%)$$

АЛГОРИТМ

метода характеристических интервалов

1. Согласно диагностической психологической методике составляется таблица с интервалами шкалы психологического признака. В каждую шкалу заносится соответствующее число наблюдений (испытуемых).

2. По таблице процентов и их ошибок определяем чувствительность каждой шкалы психологического признака ($P \pm m$), то есть процент и его ошибку.

3. Для принятия решения о статистической значимости, интересующего исследователя значения психологического признака сопоставляются полученные проценты и их ошибки [6; 7] в 2 выборках по формуле:

$$t = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}},$$

где P_1 и P_2 – проценты наблюдений, в которых имеется исследуемый признак в первой и второй выборках.

m_1 и m_2 – ошибки процентов P , их находят по числу наблюдений с исследуемым признаком всех наблюдений, принятых за 100, пользуясь таблицей процентов и их ошибок [6; 7].

Если число всех наблюдений больше 100 – ошибка процента уменьшается в 10 раз.

По таблице «Критические значения t (критерия Стьюдента)» находим уровень достоверности для t :

$$t - \geq 1,96 (p \leq 0,05); (95\%)$$

$$t - \geq 2,58 (p \leq 0,01); (99\%)$$

$$t - \geq 3,29 (p \leq 0,001); (99,9\%)$$

Рассмотрим применение метода характеристических интервалов на конкретных примерах

Пример 1

По методике «Шкала оценки уровня реактивной и личностной тревожности» (Ч. Д. Спилбургер, Ю. Л. Ханин) был изучен уровень личностной тревожности у студентов-психологов двух групп: $n_1 = 30$ и $n_2 = 30$.

Интерпретация результатов уровня личностной тревожности у студентов-психологов в двух группах представлена в табл. 1.

Таблица 1

Уровень личностной тревожности у студентов-психологов в двух группах ($n_1 = 30$; $n_2 = 30$)

Показатель личностной тревожности, в баллах	Первая группа ($n_1 = 30$)		Вторая группа ($n_2 = 30$)	
	число	%	число	%
низкий (до 30)	12	40	12	40
умеренный (31-45)	15	50	6	20
высокий (46 и более)	3	10	12	40
<i>Суммы</i>	30	100	30	100

Как следует из таблицы, низкий уровень личностной тревожности одинаково часто встречается как у студентов-психологов первой, так и у второй групп (40% и 40%), умеренный – чаще в первой группе (50% и 20%) и высокий – чаще во второй группе (40% и 20%) и высокий – чаще во второй группе (40% и 10%).

Для установления достоверности различий умеренного и высокого уровня тревожности в двух группах студентов-психологов необходимо выбрать метод математической обработки полученных данных.

Задача: выявить достоверность различия в уровне исследуемого психологического признака – личностная тревожность.

Условие: 2 выборки испытуемых ($n_1 = 30$ и $n_2 = 30$).

2 уровня (умеренный и высокий) личностной тревожности.

Метод математической обработки – метод характеристических интервалов, т.к. позволяет определить чувствительность (частоту) различных значений уровня личностной тревожности по $P \pm t$.

Составляем таблицу для определения чувствительности (процент и его ошибка) каждой градации шкалы «умеренный и высокий уровень личностной тревожности» для каждой группы испытуемых (табл. 2).

Рассчитываем t для умеренного и высокого уровня личностной тревожности по формуле:

$$t = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m^2 + m^2}}$$

Таблица 2

Уровни личностной тревожности

Показатель личностной тревожности, в баллах	Первая группа ($n_1 = 30$)		Вторая группа ($n_2 = 30$)		$t (p \leq)$
	число	% ± ошибка ($P \pm m$)	число	% ± ошибка ($P \pm m$)	
умеренный (31-45)	15	50 ± 9	6	20 ± 7	2,63 ($p < 0,01$)
высокий (46 и более)	3	10 ± 6	12	40 ± 9	2,78 ($p < 0,01$)

$$t_{\text{умеренный}} = \frac{50 - 20}{\sqrt{81 + 49}} = \frac{30}{\sqrt{130}} = \frac{30}{11,40} = 2,63$$

$$t_{\text{умеренный}} = 2,63 (p < 0,01)$$

$$t_{\text{высокий}} = \frac{40 - 10}{\sqrt{36 + 81}} = \frac{30}{\sqrt{117}} = \frac{30}{10,80} = 2,78$$

$$t_{\text{высокий}} = 2,78 (p < 0,01)$$

Эмпирические значения $t_{\text{умеренный}}$ и $t_{\text{высокий}}$ превышают табличные значения ($t_{\text{кр}} = 2,58$ при $p \leq 0,01$), значит принимается гипотеза H_0 .

Таким образом, умеренный уровень личностной тревожности достоверно чаще встречается в первой группе студентов-психологов ($p < 0,01$), а высокий – во второй ($p < 0,01$).

Пример 2

Для проведения психокоррекционной работы выбираем вторую группу студентов-психологов, где достоверно чаще ($p < 0,01$) выявляется высокий уровень личностной тревожности.

Рассмотрим вариант 1: объект сопоставлений – одни и те же испытуемые до и после проведения психокоррекционной работы при отсутствии контрольной группы.

С 12 испытуемыми экспериментальной группы была проведена психокоррекционная работа, направленная на снижение уровня личностной тревоги. После проведения психокоррекционной работы 12 испытуемых были повторно протестированы по методике «Личностная шкала проявления тревоги».

Результаты полученных данных по данной группе испытуемых до и после проведения психокоррекционной работы представлены в табл. 3.

Рассчитываем t для каждой шкалы по формуле:

$$t = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m^2 + m^2}}$$

Таблица 3

Оценки и сдвиги показателя «высокий уровень» до и после проведения психокоррекционной работы в экспериментальной группе ($n = 20$), ($P \pm m$)

Показатель личностной тревожности	До		После		$t (p \leq)$
	n	% ± ошибка ($P \pm m$)	n	% ± ошибка ($P \pm m$)	
высокий (46 и более)	12	100 ± 8	2	17 ± 11	6,1 ($p < 0,001$)
умеренный (31-45)	0	0	6	50 ± 15	3,3 ($p < 0,001$)
Низкий (до 30)	0	0	4	33 ± 14	2,4 ($p < 0,05$)
Суммы	12	100 ± 8	12	100 ± 8	

$$t_{\text{высокий}} = \frac{100 - 17}{\sqrt{64 - 121}} = \frac{83}{\sqrt{185}} = \frac{83}{13,6} = 6,1$$

$t_{\text{высокий}} = 6,1$ (превышает табличные значения: $t_{кр} = 3,29$ при $p \leq 0,001$)

$$t_{\text{умеренный}} = \frac{50 + 0}{\sqrt{15^2 - 0^2}} = \frac{50 + 0}{\sqrt{225 + 0}} = \frac{50}{15} = 3,3$$

$t_{\text{умеренный}} = 3,3$ (превышает табличные значения: $t_{кр} = 3,29$ при $p \leq 0,001$)

$$t_{\text{низкий}} = \frac{34 + 0}{\sqrt{14^2 - 0^2}} = \frac{33 + 0}{\sqrt{196}} = \frac{33}{14} = 2,4$$

$t_{\text{низкий}} = 2,4$ (превышает табличные значения: $t_{кр} = 1,96$ при $p \leq 0,05$)

Таким образом, после проведения психокоррекционной работы высокий уровень личностной тревоги достоверно снизился ($p < 0,001$) до умеренного ($p < 0,001$) и выявлена достоверная тенденция к низкому уровню тревоги ($p < 0,05$).

Аналогично может быть рассмотрен вариант 2 – при наличии контрольной группы.

Таблица процентов и их ошибок

Способ применения таблицы. Номер колонки указывает, в каком числе наблюдений имелся определенный признак; номер строки – какое общее число наблюдений; на пересечении колонок и строк приведен процент, который составляет число наблюдений с исследуемым признаком по отношению к общему числу наблюдений, и средняя ошибка процента ($P \pm m$) [6].

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	50±50									
3	33±33	67±33	100-33							
4	25±25	50±29	75±25	100-25						
5	20±20	40±24	60±24	80±20	100-20					
6	17±17	33±21	60±22	67±21	83±17	100-17				
7	14±14	29±18	43±20	67±20	71±18	80±14	100-14			
8	12±12	25±18	38±18	50±19	62±18	75±18	89±12	100-13		
9	11±11	22±16	33±17	44±18	60±18	67±17	78±15	89±11	100-11	
10	10±10	20±13	30±15	40±18	50±17	60±16	70±15	80±13	90±12	100-10
11	9±9	18±12	27±14	36±15	45±16	55±16	64±15	73±14	82±12	91±9
12	8±8	17±11	25±13	33±14	42±15	50±15	68±15	66±14	76±13	83±14
13	8±8	15±10	23±12	31±13	38±14	48±14	64±14	62±14	68±13	77±12
14	7±7	14±10	21±11	29±13	36±13	43±14	50±14	57±13	64±13	71±13
15	7±7	13±9	20±11	27±12	33±13	40±13	47±13	55±13	60±13	67±13
16	6±6	12±9	19±10	26±11	31±12	38±12	44±13	49±13	64±13	62±12
17	6±6	12±8	18±10	21±11	29±11	36±12	41±12	47±12	63±12	58±12
18	6±6	11±8	17±9	21±10	28±11	33±11	39±12	44±12	50±12	56±12
19	5±5	11±7	16±9	21±10	26±10	32±11	37±11	42±12	47±12	53±120
20	5±5	10±7	16±8	20±9	25±10	30±11	36±11	40±11	46±11	50±11
21	5±5	10±7	14±8	19±9	24±10	29±10	33±11	38±11	43±11	48±11
22	5±5	9±6	14±7	18±8	24±9	27±10	32±10	36±10	41±11	46±11
23	4±4	9±6	14±7	17±8	22±9	26±9	29±10	35±10	40±10	43±11
24	4±4	8±6	13±7	17±8	21±8	25±9	29±9	33±10	38±10	42±10
25	4±4	8±6	12±7	16±7	20±8	24±9	28±9	32±9	36±10	40±10
26	4±4	8±5	12±6	15±7	19±8	23±8	27±9	31±9	35±10	38±10
27	4±4	7±5	11±6	15±7	19±8	22±8	26±9	30±9	32±9	37±9
28	4±4	7±5	11±6	14±7	18±7	21±8	25±8	29±9	32±9	36±9
29	3±3	7±5	10±6	14±7	17±7	21±8	24±8	28±8	31±9	34±9
30	3±3	7±5	10±6	13±6	17±7	20±7	23±8	27±8	30±9	33±9
32	3±3	6±4	9±5	12±6	16±7	19±7	22±7	25±8	28±8	31±8
34	3±3	6±4	9±5	12±6	15±6	18±7	21±7	24±7	26±8	29±8
36	3±3	6±4	8±5	11±5	14±6	17±6	19±7	22±7	25±7	28±8
38	3±3	5±4	8±4	11±5	13±6	16±6	18±6	21±7	24±7	26±7
40	2±2	5±3	8±4	10±5	12±5	15±6	18±6	20±6	22±7	25±7
42	2±2	5±3	7±4	10±5	12±5	14±5	17±6	19±6	21±6	24±7
44	2±2	5±3	7±4	9±4	11±5	14±5	16±6	18±6	20±6	23±6
46	2±2	4±3	7±4	9±4	11±5	13±5	15±5	17±6	20±6	22±6
48	2±2	4±3	6±4	8±4	10±5	12±5	15±5	17±5	19±6	21±6
50	2±2	4±3	6±3	8±4	10±4	12±5	14±5	16±5	18±6	20±6
55	2±2	4±3	5±3	7±4	9±4	11±4	13±5	15±5	16±5	18±5
60	2±2	3±2	5±3	7±3	8±4	10±4	12±4	13±4	16±5	17±5
65	2±2	3±2	5±3	6±3	8±3	9±4	11±4	12±4	14±4	15±5

70	1±1	3±2	4±2	6±3	7±3	9±3	10±4	11±4	13±4	14±4
75	1±1	3±2	4±2	5±3	7±3	8±3	9±3	11±4	12±4	13±4
80	1±1	2±2	4±2	5±2	6±3	8±3	9±3	10±3	11±4	12±4
85	1±1	2±2	4±2	5±2	6±3	7±3	8±3	9±3	11±4	12±4
90	1±1	2±2	3±2	4±2	6±2	7±3	8±3	9±3	10±3	11±3
100	1±1	2±1	3±2	4±2	5±2	6±2	7±3	8±3	9±3	10±3
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	100-9									
12	92±8	100-8								
13	85±10	92±8	100-8							
14	79±11	86±10	93±7	100-7						
15	73±12	80±11	87±9	93±7	100-7					
16	69±13	75±11	82±10	89±9	91±6	100-6				
17	65±13	71±11	76±11	82±10	89±8	91±6	100-6			
18	61±12	67±11	72±11	78±10	83±9	89±8	94±8	100-5		
19	59±12	63±11	68±11	74±10	79±10	84±9	89±7	95±5	100-5	
20	55±11	60±11	65±11	70±11	75±10	80±9	85±8	90±7	95±5	100-5
21	52±11	57±11	62±11	67±11	71±10	76±10	83±9	86±8	90±7	96±5
22	50±11	55±11	59±11	64±10	68±10	73±10	77±9	82±8	86±7	91±6
23	48±11	52±11	57±11	61±10	65±10	70±10	74±9	78±9	83±8	87±7
24	46±10	50±10	54±10	58±10	62±10	67±10	71±9	76±9	79±8	83±8
25	44±10	48±10	52±10	56±10	60±10	64±10	68±10	72±9	76±9	80±8
26	42±10	46±10	50±10	54±10	58±10	62±10	65±10	69±9	73±9	77±8
27	41±10	44±10	48±10	52±10	56±10	59±10	63±9	67±9	70±9	74±9
28	39±9	43±10	46±10	50±10	54±10	57±10	61±9	64±9	68±9	71±9
29	38±9	41±9	45±9	48±9	52±9	55±9	59±9	62±9	66±9	69±9
30	37±9	40±9	43±9	47±9	50±9	53±9	57±9	60±9	63±9	67±9
32	34±9	38±9	41±9	44±9	47±9	50±9	53±9	56±9	59±9	62±9
34	32±8	35±8	38±8	41±9	44±9	47±9	50±9	53±9	56±9	59±9
36	31±8	33±8	36±8	39±8	42±8	44±8	47±8	50±8	53±8	56±8
38	30±7	32±8	34±8	37±8	39±8	42±8	45±8	47±8	50±8	53±8
40	28±7	30±7	32±8	35±8	38±8	40±8	42±8	45±8	48±8	50±8
42	26±7	29±7	31±7	33±7	36±7	38±8	40±8	43±8	45±8	48±8
44	25±7	27±7	30±7	32±7	34±7	36±7	39±7	41±7	43±8	45±8
46	24±6	26±7	28±7	30±7	32±7	35±7	37±7	39±7	41±7	43±7
48	26±6	25±6	27±6	29±7	31±7	33±7	35±7	37±7	40±7	42±7
50	22±6	24±6	26±6	28±6	30±7	32±7	34±7	36±7	38±7	40±7
52	21±6	23±6	25±6	27±6	29±6	31±6	33±7	35±7	36±7	38±7
54	20±6	22±6	24±6	26±6	28±6	30±6	31±6	33±6	35±7	37±7
56	20±5	21±6	23±6	25±6	27±6	29±6	30±6	32±6	34±6	36±6
58	19±5	21±5	22±6	24±6	26±6	28±6	29±6	31±6	33±6	35±6
60	18±5	20±5	22±5	23±6	25±6	27±6	28±6	30±6	32±6	33±6
65	17±5	18±5	20±5	22±5	23±5	25±5	26±5	28±6	29±6	31±6
70	16±4	17±5	19±5	20±5	21±5	23±5	24±5	26±5	27±5	29±5
75	15±4	16±4	17±4	19±5	20±5	21±5	23±5	24±5	26±5	27±5
80	14±4	15±4	16±4	18±4	19±4	20±4	21±5	22±5	24±5	25±5
85	13±4	14±4	15±4	16±4	18±4	19±4	20±4	21±4	22±5	24±5
90	12±4	13±4	14±4	15±4	17±4	18±4	19±4	20±4	21±4	22±4
100	11±3	12±3	13±3	14±3	16±4	16±4	17±4	18±4	19±4	20±4

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
21	100-5									
22	95±5	100-5								
23	91±6	96±4	100-4							
24	88±6	92±6	96±4	100-4						
25	84±7	88±7	92±6	96±4	100-4					
26	81±8	86±7	88±6	92±5	96±4	100-4				
27	78±8	81±8	85±7	89±6	93±5	96±4	100-4			
28	75±8	79±8	82±7	86±7	89±6	93±5	96±4	100-4		
29	72±8	76±8	79±8	83±7	86±7	90±6	93±5	97±3	100-3	
30	70±9	73±8	77±8	80±7	83±7	87±6	90±6	93±5	97±3	100-3
31	68±8	71±8	74±8	78±8	81±7	84±7	87±6	91±5	93±8	97±3
32	66±9	69±8	72±8	75±8	78±7	81±7	84±7	88±8	91±8	94±4
33	64±9	67±8	70±8	73±8	76±8	79±7	82±7	86±8	88±8	91±5
34	62±8	66±8	68±8	71±8	74±8	76±7	79±7	82±7	85±8	88±5
35	60±8	63±8	66±8	69±8	71±8	74±7	77±7	80±7	83±8	86±6
36	58±8	61±8	64±8	67±8	69±8	72±8	75±7	78±7	81±7	83±6
37	57±8	60±8	62±8	65±8	68±8	70±8	73±7	76±7	78±7	81±7
38	56±8	58±8	61±8	63±8	66±8	68±8	71±7	74±7	76±7	79±7
39	54±8	56±8	59±8	62±8	64±8	67±8	69±7	72±7	74±7	77±7
40	52±8	56±8	58±8	60±8	62±8	66±8	68±8	70±7	72±7	75±7
42	50±8	52±8	55±8	57±8	60±8	62±8	64±7	67±7	69±7	71±7
44	48±8	50±8	52±8	55±8	57±8	59±7	61±7	64±7	66±7	68±7
46	46±7	48±7	50±7	52±7	54±7	57±7	59±7	61±7	63±7	65±7
48	44±7	46±7	48±7	50±7	52±7	54±7	56±7	58±7	60±7	62±7
50	42±7	44±7	46±7	48±7	50±7	52±7	54±7	56±7	58±7	60±7
52	40±7	42±7	44±7	46±7	48±7	50±7	52±7	54±7	56±7	58±7
54	39±7	41±7	43±7	44±7	46±7	48±7	50±7	52±7	54±7	56±7
56	38±7	39±7	41±7	43±7	45±7	46±7	48±7	50±7	52±7	54±7
58	36±6	38±6	40±6	41±7	43±7	45±7	47±7	48±7	50±7	52±7
60	35±6	37±6	38±6	40±6	42±6	43±6	45±6	47±6	48±7	50±7
65	32±6	34±6	35±6	37±6	38±6	40±6	42±6	43±6	45±8	46±8
70	30±6	31±6	33±6	34±6	36±8	37±6	39±6	40±6	41±8	43±8
75	28±5	29±5	31±5	32±5	33±8	35±6	36±6	37±6	39±8	40±8
80	26±5	28±5	29±5	30±5	31±5	32±5	34±5	35±5	36±5	38±5
85	25±5	26±5	27±5	28±5	29±5	31±5	32±5	33±5	34±5	35±5
90	23±4	24±5	26±5	27±5	28±5	29±5	30±5	31±5	32±5	33±5
95	22±4	23±4	24±4	25±4	26±5	27±5	28±5	29±5	31±5	32±5
100	21±4	22±4	23±4	24±4	25±4	26±4	27±4	28±5	29±5	30±5

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
31	100-3									
32	97±3	100-3								
33	94±4	97±3	100-3							
34	91±5	94±4	97±3	100-3						
35	89±5	91±5	94±4	97±3	100-3					
36	86±6	89±5	92±5	94±4	97±3	100-3				
37	84±6	86±6	89±5	92±5	95±4	97±3	100-3			
38	82±6	84±6	87±6	89±5	92±4	95±4	97±3	100-3		
39	79±7	82±6	85±6	87±5	90±5	92±4	95±4	97±3	100-2	
40	78±7	80±6	82±6	85±6	89±5	90±5	92±4	95±4	98±2	100-2
41	76±7	78±7	80±6	83±6	85±6	88±5	90±5	93±4	95±3	98±2
42	74±7	76±7	79±6	81±6	83±6	86±5	88±5	90±5	93±4	95±3
44	70±7	73±7	75±7	77±6	80±6	82±6	84±6	86±5	89±5	91±4
46	67±7	70±7	72±7	74±7	76±6	79±6	80±6	83±6	85±5	87±5
48	65±7	67±7	69±7	71±7	73±6	75±6	77±6	79±6	81±6	83±5
50	62±7	64±7	66±7	68±7	70±7	72±6	74±6	76±6	78±6	80±6
52	60±7	62±7	63±7	65±7	67±7	69±6	71±6	73±6	75±6	77±6
54	57±7	59±7	61±7	63±7	65±7	67±6	69±6	70±6	72±6	74±6
55	55±7	57±7	59±7	61±7	62±7	64±6	66±6	68±6	70±6	71±6
58	53±7	55±7	57±7	59±7	60±6	62±6	61±6	66±6	67±6	69±6
60	52±7	53±6	55±6	57±6	58±6	60±6	62±6	63±6	65±6	67±6
62	50±6	52±6	53±6	55±6	56±6	58±6	60±6	61±6	63±6	65±6
64	48±6	50±6	52±6	53±6	55±6	56±6	58±6	59±6	61±6	62±6
66	47±6	48±6	50±6	52±6	53±6	55±6	56±6	58±6	59±6	61±6
68	46±6	47±6	49±6	50±6	51±6	53±6	54±6	56±6	57±6	59±6
70	44±6	46±6	47±6	49±6	50±6	51±6	53±6	54±6	56±6	57±6
75	41±6	43±6	44±6	45±6	47±6	48±6	49±6	51±6	52±6	53±6
80	39±5	40±6	41±6	42±6	44±6	45±6	46±6	48±6	49±6	50±6
85	38±5	38±5	39±5	40±5	41±5	42±5	44±5	45±6	46±5	47±5
90	34±5	36±5	37±5	38±5	39±5	40±5	41±5	42±5	43±5	44±5
95	33±5	34±5	36±5	36±5	37±5	38±5	39±5	40±5	41±5	42±5
100	31±5	32±5	33±5	34±5	35±5	36±5	37±5	38±5	39±5	40±5

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
41	100-2									
42	98±2	100-2								
43	95±3	98±2	100-2							
44	93±4	95±3	98±2	100-2						
45	91±4	93±4	96±3	98±2	100-2					
46	89±5	91±4	94±4	96±3	98±2	100-2				
47	87±5	89±5	91±4	94±4	96±3	98±2	100-2			
48	85±5	88±5	90±4	92±4	94±4	96±3	98±2	100-2		
49	84±5	86±5	88±5	90±4	92±4	94±3	96±3	98±2	100-2	
50	82±6	84±6	86±5	88±6	90±4	92±4	94±3	96±3	98±2	100-2
52	79±6	81±6	83±6	85±5	87±5	88±4	90±4	92±4	94±3	96±3
54	76±6	78±6	80±6	81±5	83±5	85±5	87±5	89±4	91±4	93±4
56	73±6	75±6	77±6	79±6	80±5	82±5	84±5	86±5	88±4	89±4
58	71±6	72±6	74±6	76±6	78±6	79±5	81±5	83±5	84±5	86±5
60	68±6	70±6	72±6	73±6	75±6	77±6	78±5	80±5	82±5	83±5
62	66±6	68±6	69±6	71±6	73±6	74±6	76±5	77±5	79±5	81±5
64	64±6	65±6	67±6	69±6	70±6	72±6	73±6	75±5	77±5	78±5
66	62±6	64±6	65±6	67±6	68±6	70±6	71±6	73±6	74±5	76±5
68	60±6	62±6	63±6	65±6	66±6	68±6	69±6	71±6	72±5	74±5
70	59±6	60±6	61±6	63±6	64±6	66±6	67±6	69±6	70±6	71±6
75	55±6	56±6	57±6	59±6	60±6	61±6	63±6	64±6	65±6	67±6
80	51±5	52±6	54±6	55±5	56±6	58±6	59±6	60±6	61±5	62±5
85	48±5	49±5	51±5	52±5	52±5	54±5	55±5	56±5	58±5	59±5
90	46±5	47±5	48±5	49±5	49±5	51±5	52±5	53±5	54±5	56±5
95	43±5	44±5	45±5	40±5	46±5	48±5	49±5	50±5	52±5	53±5
100	41±5	42±5	43±5	41±5	41±5	46±5	47±5	48±5	49±5	50±5
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
51	100-2									
52	98±2	100-2								
54	94±3	96±3	98±2	100-2						
56	91±4	93±3	95±3	96±3	98±2	100-2				
58	88±4	90±4	91±4	93±3	95±3	97±2	98±2	100-2		
60	85±5	87±4	88±4	90±4	92±4	93±3	95±3	97±2	98±2	100-2
62	82±5	84±5	85±5	87±4	89±4	90±4	92±3	94±3	96±3	97±2
64	80±5	81±5	83±5	84±5	86±4	88±4	89±4	91±4	92±3	94±3
66	77±5	79±5	80±5	82±5	83±5	85±4	86±4	88±4	89±4	91±4
68	75±5	76±5	78±5	79±5	81±5	82±5	84±4	85±4	87±4	88±4
70	73±5	74±5	76±5	77±5	79±5	80±5	81±5	83±5	84±4	86±4
72	71±5	72±5	74±5	75±5	76±5	78±5	79±5	81±5	82±5	83±4
74	69±5	70±5	72±5	73±5	74±5	76±5	77±5	78±5	80±5	81±5
76	67±5	68±5	70±5	71±5	72±5	74±5	75±5	76±5	78±5	79±5
78	65±5	67±5	68±5	69±5	71±5	72±5	73±5	74±5	76±5	77±5
80	64±5	65±5	66±5	68±5	69±5	70±5	71±5	72±5	74±5	75±5
85	60±5	61±5	62±5	64±5	65±5	66±5	67±5	68±5	69±5	71±5
90	57±5	58±5	59±5	60±5	61±5	62±5	63±5	64±5	66±5	67±5
95	54±5	55±5	58±5	57±5	58±5	59±5	60±5	61±5	62±5	63±5
100	51±5	52±5	53±5	54±5	55±5	56±5	57±5	58±5	59±5	60±5

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
61	100-2									
62	98±2	100-2								
64	95±3	97±2	98±2	100-2						
66	92±3	94±3	95±3	97±2	98±2	100-2				
68	90±4	91±3	93±3	94±3	96±3	97±2	99±2	100-2		
70	87±4	89±4	90±4	91±3	93±3	94±3	96±2	97±2	99±1	100-1
72	85±4	86±4	88±4	89±4	90±4	92±3	93±3	94±3	96±2	97±2
74	82±4	84±4	86±4	86±4	88±4	89±4	91±3	92±3	93±3	95±3
76	80±5	82±4	83±4	84±4	86±4	87±4	88±4	89±4	91±3	92±3
78	78±5	79±5	81±4	82±4	83±4	85±4	86±4	87±4	88±4	90±3
80	76±5	78±5	79±5	80±4	81±4	82±4	84±4	85±4	86±4	88±4
82	74±5	76±5	77±5	78±5	79±5	80±4	82±4	83±4	84±4	85±4
84	73±5	74±5	75±5	76±5	77±5	79±5	80±5	81±4	82±4	83±4
86	71±5	72±5	73±5	74±5	76±5	77±5	78±5	79±4	80±4	81±4
88	69±5	70±5	72±5	73±5	74±5	75±5	76±5	77±4	78±4	80±4
90	68±5	69±5	70±5	71±5	72±5	73±5	74±5	76±5	77±4	78±4
92	66±5	67±5	68±5	70±5	71±5	72±5	73±5	74±5	75±5	76±4
94	65±5	66±5	67±5	68±5	69±5	70±5	71±5	72±5	73±5	74±5
96	64±5	65±5	66±5	67±5	68±5	69±5	70±5	71±5	72±5	73±5
98	62±5	63±5	64±5	65±5	66±5	67±5	68±5	69±5	70±5	71±5
100	61±5	62±5	63±5	64±5	65±5	66±5	67±5	68±5	69±5	70±5
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
71	100-1									
72	99±1	100-1								
74	96±2	97±2	99±1	100-1						
76	93±3	95±3	96±2	97±2	99±1	100-1				
78	91±3	92±3	94±3	95±3	96±2	97±2	99±1	100-1		
80	89±4	90±3	91±3	92±3	94±3	95±2	96±2	98±2	99±1	100-1
82	87±4	88±4	89±3	90±3	91±3	93±3	94±3	95±2	96±2	98±2
84	85±4	86±4	87±4	88±4	89±3	90±3	92±3	93±3	94±3	95±2
86	83±4	84±4	85±4	86±4	87±4	88±3	90±3	91±3	92±3	93±3
88	81±4	82±4	83±4	84±4	85±4	86±4	88±4	89±3	90±3	91±3
90	79±4	80±4	81±4	82±4	83±4	84±4	86±4	87±4	88±4	89±3
92	77±4	78±4	79±4	80±4	82±4	83±4	84±4	85±4	86±4	87±4
94	76±4	77±4	78±4	79±4	80±4	81±4	82±4	83±4	84±4	85±4
96	74±5	75±4	76±4	77±4	78±4	79±4	80±4	81±4	82±4	83±4
98	72±5	73±4	75±4	76±4	77±4	78±4	79±4	80±4	81±4	82±4
100	71±5	72±5	73±4	74±4	76±4	76±4	77±4	78±4	79±4	80±4

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
81	100-1									
82	99±1	100-1								
84	96±2	98±2	99±1	100-1						
86	94±3	95±2	97±2	98±2	99±1	100-1				
88	92±3	93±3	94±2	95±2	97±2	98±2	99±1	100-1		
90	90±3	91±3	92±3	93±3	94±2	96±2	97±2	98±2	99±1	100-1
92	88±4	89±3	90±3	91±3	92±3	93±3	95±2	96±2	97±2	98±2
94	86±4	87±3	88±3	89±3	90±3	91±3	93±3	94±3	95±2	96±2
96	84±4	85±4	86±4	88±3	89±3	90±3	91±3	92±3	93±3	94±2
98	83±4	84±4	85±4	86±4	87±4	88±3	89±3	90±3	91±3	92±3
100	81±4	82±4	83±4	84±4	86±4	86±4	87±3	88±3	89±3	90±3
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
91	100-1									
92	99±1	100-1								
94	97±2	98±1	99±1	100-1						
95	95±2	96±2	97±2	98±1	99±1	100-1				
98	93±3	94±2	95±2	96±2	97±2	98±1	99±1	100-1		
100	91±3	92±3	93±3	94±2	95±2	96±2	97±2	97±2	99±1	100-1

где P_1 и P_2 – проценты наблюдений, в которых имеется исследуемый признак в первой и второй выборках, t_1 и t_2 – ошибки процентов. P и t находят по числу наблюдений с исследуемым признаком из всех наблюдений, принятых за 100, пользуясь таблицей «Процентов и ошибок».

2.1.3. Коэффициент линейной корреляции Пирсона – r

Линейный коэффициент корреляции К. Пирсона r – это парная корреляция – показатель тесноты связи между двумя признаками: факторным и результативным или двумя факторными [5, 36-37].

Коэффициент корреляции К. Пирсона отражает степень линейной (прямой) зависимости между двумя признаками, т.к. сопоставляются величины признаков, количественно измеренные в одной и той же группе испытуемых.

Коэффициент линейной корреляции Пирсона является параметрическим. Этот метод используется при сравнении значений признаков, измеренных по интервальной шкале, и распределение признаков является нормальным.

Величина линейного коэффициента корреляции Пирсона r колеблется в пределах от -1 до +1.

Варианты связи, характеризующие наличие или отсутствие линейной связи между признаками:

- большие значения из одного набора данных связаны с большими значениями другого набора (положительная корреляция) – наличие прямой линейной связи;
- малые значения одного набора данных связаны с большими значениями другого (отрицательная корреляция) – наличие отрицательной линейной связи;
- данные двух диапазонов никак не связаны (нулевая корреляция) – отсутствие линейной связи;
- по таблице «Критические значения коэффициента линейной корреляции r » находим $r_{кр.}$ для данного n (количество испытуемых);
- сопоставляем полученное по одной из формул №1 или №2 эмпирическое значение $r_{эмп.}$ с критическим значением $r_{кр.}$ для данного n ;
- если полученный $r_{эмп.} > r_{кр.}$, на одном из уровней значимости ($p=0,05$ или $0,01$), то он есть статистически значимым (связь достоверна).

Связь достоверна, если $r_{эмп.} \geq r_{кр.,0,05}$ и тем более достоверна, если $r_{эмп.} \geq r_{кр.,0,01}$.

Формулы линейного коэффициента корреляции

Формула 1.

Показатель степени (тесноты, силы) связи между двумя признаками в одной выборке (группе) испытуемых определяется по формуле **линейного коэффициента корреляции**:

$$r_{\text{эмп.}} = \frac{n * \sum xy - (\sum x) * (\sum y)}{\sqrt{[n * \sum x^2 - (\sum x)^2] * [n * \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

где x – индивидуальные показатели первого ряда признаков;

$\sum x$ – сумма показателей первого ряда признаков;

y – индивидуальные показатели второго ряда признаков;

$\sum y$ – сумма показателей второго ряда признаков;

xy – произведение показателей первого и второго ряда признаков;

$\sum xy$ – сумма произведений показателей первого и второго ряда признаков;

x^2 – возведение в квадрат каждого показателя первого ряда признаков;

$\sum x^2$ – сумма квадратов показателей первого ряда признаков;

y^2 – возведение в квадрат каждого показателя второго ряда признаков;

$\sum y^2$ – сумма квадратов показателей второго ряда признаков;

n – количество испытуемых.

Формула 2.

Формула коэффициента линейной корреляции Пирсона:

$$r_{\text{эмп.}} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 * \sum y^2}}, \text{ где}$$

$$x = x_i - \bar{x}_{\text{ар}}$$

x – отклонение каждого показателя первого признака от средней арифметической.

x_i – каждое наблюдаемое значение первого признака.

Расчет $\bar{x}_{\text{ар}}$ (M_x) – средней арифметической по формуле:

$$\bar{x}_{\text{ар}} = M_x = \frac{\sum x_i}{n}, \text{ где}$$

x – каждое наблюдаемое значение первого признака;

i – индекс, указывающий на его порядковый номер;

n – количество наблюдений;

\sum – знак суммирования.

$$y = y_i - \bar{y}_{\text{ар}}$$

y – отклонение каждого показателя второго признака от средней арифметической.

y_i – каждое наблюдаемое значение второго признака.

Расчет $\bar{y}_{\text{ар}}$ (M_y) – средней арифметической по формуле:

$$\bar{y}_{\text{ар}} = M_y = \frac{\sum y_i}{n}, \text{ где}$$

y – каждое наблюдаемое значение второго признака;

i – индекс, указывающий на его порядковый номер;

n – количество наблюдений;

\sum – знак суммирования.

xy – произведение величины отклонений;
 $\sum xy$ – сумма произведений величины отклонений;
 x^2 – возведение в квадрат отклонения каждого показателя первого признака и определение суммы ($\sum x^2$);
 y^2 – возведение в квадрат отклонения каждого показателя второго признака и определение суммы ($\sum y^2$).

По таблице «Критические значения оценки коэффициента линейной корреляции r » находим $r_{кр.}$ для данного n (количество испытуемых).

Сопоставляем полученное по одной из формул №1 или №2 эмпирическое значение $r_{эмп.}$ с критическим значением $r_{кр.}$ для данного n .

Рассмотрим применение коэффициента линейной корреляции К. Пирсона r на конкретных примерах.

Выборка из 60 испытуемых (30 пар) обследована по 2 методикам:

первая – «Оценки способов реагирования в конфликте К.Н. Томаса, тест адаптирован Н.В. Гришиной»;

вторая – «Тест-опросник удовлетворенности браком В.В. Столина, Т.Л. Романова, Г.П. Бутенко».

Результаты полученных данных по каждой методике представлены в сводных таблицах.

Выбор метода математической обработки.

Задача – выявить степень согласованности изменений между **факторным** признаком – способ реагирования в конфликте и **результативным** – удовлетворенность браком.

Метод математической обработки – коэффициент линейной корреляции Пирсона r .

Задача: рассмотрим применение коэффициента линейной корреляции Пирсона r для выявления степени согласованности изменений между факторным признаком – способ реагирования в конфликте: **сотрудничество** и результативным – **абсолютное благополучие в браке**.

Условия: одна выборка – 16 испытуемых (8 пар) из общих сводных таблиц (60 испытуемых – 30 пар).

Метод математической обработки – коэффициент корреляции Пирсона.

Расчет тесноты связи между двумя признаками по формуле №1 линейного коэффициента корреляции:

$$r_{эмп.} = \frac{n * \sum xy - \sum x * \sum y}{\sqrt{[n * \sum x^2 - (\sum x)^2] * [n * \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

Таблица 1

**Выявление тесноты связи между факторным признаком –
сотрудничество и результативным – абсолютное
благополучие в браке**

№ пары	Число испытуемых	Сотрудничество		Абсолютное благополучие в браке		xy
		x	x ²	y	y ²	
1	1	8	64	44	1936	352
	2	8	64	44	1936	352
2	3	10	100	44	1936	440
	4	6	36	44	1936	264
3	5	6	36	41	1681	246
	6	7	49	40	1600	280
5	7	7	49	45	2025	315
	8	7	49	45	2025	315
10	9	8	64	41	1681	328
	10	9	81	45	2025	405
11	11	7	49	43	1849	301
	12	5	25	42	1764	210
25	13	6	36	44	1936	264
	14	8	64	45	2025	360
26	15	9	81	44	1936	396
	16	3	9	40	1600	120
		∑ x = 114	∑ x ² = 856	∑ y = 691	∑ y ² = 29891	∑ xy = 4948

$$\begin{aligned}
 r_{\text{эмп.}} &= \frac{16 * 4948 - 114 * 691}{\sqrt{[16 * 856 - 114^2] * [16 * 29891 - 691^2]}} = \\
 &= \frac{79168 - 78774}{\sqrt{[13696 - 12996] * [478256 - 477481]}} = \\
 &= \frac{394}{\sqrt{700 * 775}} = \frac{394}{\sqrt{542500}} = \frac{394}{736,5} = 0,535
 \end{aligned}$$

Для оценки значимости r пользуемся таблицей «Критические значения оценки коэффициента линейной корреляции r».

$$r_{\text{кр.}}(16) = 0,497$$

$$r_{\text{эмп.}} > r_{\text{кр.}}:$$

$$0,535 > 0,497 (p < 0,05)$$

Вывод: связь между факторным признаком – сотрудничество и результативным – абсолютное благополучие в браке положительная, прямая, достоверная (p < 0,05).

Расчет тесноты связи между двумя признаками по формуле №2 линейного коэффициента корреляции:

$$r_{\text{эмп.}} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 * \sum y^2}}$$

Таблица 2

Выявление тесноты связи между факторным признаком – сотрудничество и результативным – абсолютное благополучие в браке

№ пары	Число испытуемых	Сотрудничество			Абсолютное благополучие в браке			xy
		x	$x = x_i - \bar{x}_{ap}$	x^2	y	$y = y_i - \bar{y}_{ap}$	y^2	
1	1	8	0,9	0,81	44	0,8	0,64	0,72
	2	8	0,9	0,81	44	0,8	0,64	0,72
2	3	10	2,9	8,41	44	0,8	0,64	2,32
	4	6	-1,1	1,21	44	0,8	0,64	-0,88
3	5	6	-0,1	1,21	41	-2,2	4,84	2,52
	6	7	-0,1	0,01	40	-3,2	10,24	0,32
5	7	7	-0,1	0,01	45	1,8	3,24	-0,18
	8	7	-0,1	0,01	45	1,8	3,24	-0,18
10	9	8	0,9	0,81	41	-2,2	4,84	-1,98
	10	9	1,9	3,61	45	1,8	3,24	3,42
11	11	7	-0,1	0,01	43	-0,2	0,04	0,02
	12	5	-2,1	4,41	42	-1,2	1,44	2,52
25	13	6	-1,1	1,21	44	0,8	0,64	-0,88
	14	8	0,9	0,81	45	1,8	3,24	1,62
26	15	9	1,9	3,61	44	0,8	0,64	1,52
	16	3	-4,1	16,81	40	-3,2	10,24	13,12
Σ		114		43,76	691		48,44	24,72

$$\bar{x}_{ap} = \frac{114}{16} = 7,1$$

$$\bar{y}_{ap} = \frac{691}{16} = 43,2$$

$$r_{\text{эмп.}} = \frac{24,72}{\sqrt{43,76 * 48,44}} = \frac{24,72}{\sqrt{2119,73}} = \frac{24,72}{46,04} = 0,537$$

Для оценки значимости $r_{\text{эмп.}}$ пользуемся таблицей «Критические значения оценки коэффициента линейной корреляции $r_{\text{кр.}}$ ».

$$r_{\text{кр.}}(16) = 0,497$$

$$r_{\text{эмп.}} > r_{\text{кр.}}$$

$$0,537 > 0,497 \quad (p < 0,05)$$

Вывод: связь между факторным признаком – сотрудничество и результативным – абсолютное благополучие в браке положительная, прямая, достоверная ($p < 0,05$).

Таким образом, по формуле №1 и по формуле №2 получена достоверная связь, положительная, прямолинейная ($p < 0,05$).

Таблица 2.3

Критические значения коэффициента линейной корреляции r

Корреляция статистической значима ($P < 0,05$), если эмпирическое $\rho_{эмп} > \rho_{кр(5\%)}$ и тем более достоверна ($P < 0,01$), если эмпирическое $\rho_{эмп} > \rho_{кр(1\%)}$

n	Уровень значимости P		n	Уровень значимости P	
	5%	1%		5%	1%
4	0,950	0,990	26	0,398	0,496
5	0,878	0,959	27	0,381	0,487
6	0,811	0,917	28	0,374	0,478
7	0,754	0,874	29	0,367	0,470
8	0,707	0,834	30	0,361	0,463
9	0,666	0,798	35	0,332	0,435
10	0,632	0,765	40	0,310	0,407
11	0,602	0,735	45	0,292	0,384
12	0,576	0,708	50	0,277	0,361
13	0,553	0,684	60	0,253	0,333
14	0,514	0,641	80	0,219	0,288
16	0,497	0,623	90	0,206	0,272
17	0,482	0,606	100	0,196	0,258
18	0,468	0,590	125	0,175	0,230
19	0,456	0,575	150	0,160	0,210
20	0,444	0,561	200	0,138	0,162
21	0,433	0,549	250	0,124	0,163
22	0,423	0,537	300	0,113	0,148
23	0,413	0,526	400	0,098	0,128
24	0,404	0,515	500	0,088	0,115
25	0,396	0,505	1000	0,062	0,081

Контрольные вопросы

1. Какие методы математической статистики относятся к параметрическим
2. Обоснуйте задачи и условия для выбора параметрических методов обработки психологических исследований
3. Охарактеризуйте назначение t-критерий Стьюдента
4. Назовите показания для применения метода характеристических интервалов
5. Обоснуйте назначение коэффициента линейной корреляции r – Пирсона
6. Назовите формулу для расчета $t_{эмп}$ -критерий Стьюдента
7. Какие параметры включены в формулу для расчета метода характеристических интервалов
8. Какие формулы существуют для расчета коэффициента $r_{эмп}$ – Пирсона
9. Что позволяет определить метод характеристических интервалов
10. Охарактеризуйте использование таблицы процентов и их ошибок (метод характеристических интервалов)
11. Какие параметры включены в формулу расчета t-критерий Стьюдента
12. Определение среднего арифметического значения
13. Значение: среднее квадратическое (стандартное) отклонение
14. Что включено в алгоритм расчета эмпирического значения признака по методу t-критерий Стьюдента
15. Что включено в алгоритм расчета эмпирического значения признака по методу характеристических интервалов
16. Что включено в алгоритм расчета эмпирического значения признака с использованием коэффициента r – Пирсона
17. В чем отличие по числителю формул расчета t-критерий Стьюдента и метода характеристических интервалов
18. В чем сходство формул расчета t-критерий Стьюдента и метода характеристических интервалов
19. Что отражает коэффициент r – Пирсона
20. Назовите показания для использования коэффициента r – Пирсона
21. В каких пределах происходит колебание величины линейного коэффициента корреляции r – Пирсона
22. Какой может быть связь между признаками при применении коэффициента r – Пирсона
23. Сколько формул имеется для расчета тесноты связи между двумя признаками с использованием коэффициента r – Пирсона
24. В чем отличие таблиц «критические значения t-критерий Стьюдента и метода характеристических интервалов»
25. Охарактеризуйте формулу для расчета степеней свободы (V)

Практические задания

1. Приведите пример алгоритма расчета эмпирического значения психологического признака с использованием формулы t-критерий Стьюдента.

2. Составьте пример алгоритма расчета эмпирического значения психологического признака с использованием метода характеристических интервалов.

3. Подготовьте пример для выявления степени согласованности изменений между факторным и результативным признаками с использованием коэффициента r – Пирсона.

4. Приведите примеры расчета процентов и их ошибок по методу характеристических интервалов при числе наблюдений до 100.

5. Приведите примеры расчета процентов и их ошибок по методу характеристических интервалов при числе наблюдений до 1000.

6. Приведите примеры расчета процентов и их ошибок по методу характеристических интервалов при числе наблюдений больше 1000.

7. Представьте примеры расчета критических значений t (критерий Стьюдента), вычисленных по соответствующей формуле для расчета степени свободы V .

РАЗДЕЛ 3

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ОБЩЕЙ ПСИХОЛОГИИ

В данном разделе раскрывается содержание непараметрических математических методов статистики в общей психологии, наиболее часто используемых в экспериментальных психологических исследованиях для выявления достоверности (статистической значимости) или недостоверности (статистической незначимости) различий исследуемого психологического признака в двух и более выборках. Каждый непараметрический метод математической обработки выбирается в зависимости от задач и условий психологического исследования, приводится описание и обосновывается назначение метода. Представляется алгоритм расчета каждого непараметрического критерия на примере конкретной методики психологического исследования с его пошаговой математической обработкой для выявления статистической значимости различий в:

- уровне исследуемого психологического признака между двумя выборками (Q – критерий Розенбаума, ϕ^* – критерий (угловое преобразование Фишера), U – критерии Манна-Уитни); между тремя выборками (H – критерий Крускала-Уоллиса);
- распределении показателей психологических признаков (χ^2 – критерий Пирсона);
- степени согласованности изменений психологических признаков (r_s – коэффициент ранговой корреляции Спирмена);
- сдвигах показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии двух замеров (G – критерий знаков, T – критерий Вилкоксона), при наличии трех и более замеров (критерий χ^2_r Фридмана, L – критерий Пейджа).

При использовании непараметрических критериев также рассматривается их графическое представление.

Ключевые слова и понятия: непараметрические критерии, критерий Розенбаума, ϕ^* – критерий (угловое преобразование Фишера), критерий Манна-Уитни, критерий Крускала-Уоллиса, критерий Пирсона, коэффициент ранговой корреляции Спирмена, критерий знаков, критерий Вилкоксона, критерий Фридмана, критерий Пейджа.

3.1. Математические методы для выявления различий в уровне исследуемого психологического признака между двумя выборками

3.1.1. Q – критерий Розенбаума

Q-критерий Розенбаума относится к *непараметрическим* критериям.

Назначение критерия. Q-критерий Розенбаума используется для оценки статической достоверности различий между двумя выборками по уровню какого-либо психологического признака, количественно (баллы, мм, см, и т.д.) измеренного [27, 42-48].

Количество испытуемых в каждой из выборок ≥ 11 .

Показание для применения Q-критерия Розенбаума:

Диапазоны разброса значений в двух выборках не должны совпадать между собой.

Данные психологического исследования представлены в порядковой шкале, в которой должно быть не менее трех классов, например, «низкий», «средний», «высокий»

Данные психологических признаков должны быть достаточно точно измерены.

Упорядочить значение психологического признака в обеих выборках можно как по нарастанию, так и убыванию признака.

Первым рядом (выборкой, группой) считать тот ряд, где значения выше, а вторым рядом – тот, где значение ниже.

Пример. У студентов экономического ($n_1=14$) и психологического ($n_2=12$) факультетов по методике «Шкала измерения интеллекта Д.Векслера» по суммам «сырых» оценок (отдельно вербальной и невербальной частей теста) к табличным данным были определены шкальные оценки IQ – вербального, IQ – невербального и общего IQ – показателей.

Полученные индивидуального значения IQ вербального, IQ невербального и общего IQ показателей по двум выборкам представлены в соответствующих психодиагностических таблицах.

Выбор метода математической обработки рассмотрим на примере психологического признака – вербальный интеллект.

I. Условия:

1. Две выборки испытуемых:

$n_1=14$ студентов экономического факультета ($n_1 > 11$)

$n_2=12$ студентов психологического факультета ($n_2 > 11$)

2. Психологический показатель – IQ вербальный точно количественно измерен. Индивидуальные значения вербального интеллекта в выборках студентов экономического ($n_1=14$) и психологического ($n_2=12$) факультетов:

Таблица 1

Индивидуальные значения вербального интеллекта в выборках студентов экономического ($n_1=14$) и психологического ($n_2=12$) факультетов

Студенты - экономисты
($n_1=14$)

Код имени испытуемого	Показатель вербального интеллекта
1. И.А.	132
2. К.А.	134
3. К.Е.	124
4. П.А.	132
5. С.А.	135
6. Ст.А.	132
7. Т.А.	131
8. Ф.А.	132
9. Ч.А.	121
10. Ц.А.	127
11. См.А.	136
12. К.Ан.	129
13. Б.Л.	136
14. Ф.В.	136

Студенты - психологи
($n_2=12$)

Код имени испытуемого	Показатель вербального интеллекта
1. Н.Т.	126
2. О.В.	127
3. Е.В.	132
4. Ф.О.	120
5. И.Н.	119
6. И.Ч.	126
7. И.В.	120
8. К.О.	123
9. Р.Р.	120
10. Р.И.	116
11. О.К.	123
12. Н.К.	115

3. Диапазоны разброса значений вербально IQ в двух выборках не совпадают между собой: в группе студентов экономистов выше, чем в группе студентов психологов.

II. **Задача:** Выявить различия в уровне вербального интеллекта между студентами экономического и психологического факультетов.

III. Условия и задача соответствуют показанием для применения **метода – Q-критерия Розенбаума.**

АЛГОРИТМ
подсчета критерия Q-Розенбаума на конкретном примере

Подсчет критерия Q-Розенбаума	Пример			
I. Проверить выполнение условий, задач, показаний для применения критерия Q - Розенбаума	I. Условие, задача, показания позволяют использовать в качестве метода математической обработки критерий Q- Розенбаума.			
II. Построить таблицу индивидуальных значений психологического признака, количественного измеренного по каждой выборке.	II. Таблица 1 Индивидуальные значения вербального интеллекта в выборках студентов экономического ($n_1=14$) и психологического ($n_2=12$) факультетов			
	Студенты экономисты ($n_1=14$)		Студенты психологи ($n_2=12$)	
	Код имени испытуемого	Показатель вербального интеллекта	Код имени испытуемого	Показатель вербального интеллекта
	1. И.А. 2. К.А. 3. К.Е. 4. П.А. 5. С.А. 6. Ст.А. 7. Т.А. 8. Ф.А. 9. Ч.А. 10. Ц.А. 11. См.А. 12. К.Ан. 13. Б.Л. 14. Ф.В.	132 134 124 132 135 132 131 132 121 127 136 129 136 136	1. Н.Т. 2. О.В. 3. Е.В. 4. Ф.О. 5. И.Н. 6. И.Ч. 7. И.В. 8. К.О. 9. Р.Р. 10. Р.И. 11. О.К. 12. Н.К.	126 127 132 120 119 126 120 123 120 116 123 115

III. Упорядочить значения психологического признака в каждом ряду выборок (или групп) как по нарастанию, так и убыванию признака

Считать: 1 ряд - выборку (группу), где значение признака выше;
2 ряд - выборку (группу) где значения признака ниже.

Таблица 2

III. Упорядоченные ряды индивидуальных значений вербального интеллекта в двух студенческих выборках.

1 ряд (студенты экономисты)		2 ряд (студенты психологи)	
1. С.М.А.	136	\updownarrow S_1	
2. Б.Л.	136		
3. Ф.В.	136		
4. С.А.	135		
5. К.А.	134		
6. И.Л.	132	1. Е.В.	132
7. П.А.	132		
8. Ст.А.	132		
9. Ф.А.	132		
10. Т.А.	131		
11. К.Ан.	129	2. О.В.	127
12. Ц.А.	127	3. Н.Т	126
13. К.Е.	124	4. И.Н.	126
14. Ч.И.	121	5. К.О.	123
	\updownarrow S_2	6. О.К.	123
		7. Ф.О.	120
		8. И.В.	120
		9. Р.Р.	120
		10. И.Н.	119
		11. А.И.	116
		12. Н.К.	115

IV. Выделить самое высшее (максимальное)

IV. Выделяем в 2 выборках 1 ряд - где показатели вербального интеллекта «выше» это группа студентов экономистов.

<p>значения психологического показателя в 1 ряду. Обозначить – S_1</p>	<p>2-ой ряд – где показатели вербального интеллекта «ниже» - это группа студентов психологов</p>
<p>Определить количество значений второго ряда, которые меньше минимального значения первого ряда Обозначить – S_2</p>	<p>4.1. Определяем количество значений первого ряда, которые больше максимального значения второго ряда (S_1): $S_1=5$</p>
	<p>4.2. Определяем количество значений второго ряда, которые меньше минимального значения первого ряда (S_2): $S_2=6$</p>
<p>V. Определить эмпирическое значение Q - критерия Розенбаума по формуле: $Q_{эмп} = S_1 + S_2$</p>	<p>V. Определяем эмпирическое значение Q- критерия Розенбаума $Q_{эмп} = S_1 + S_2 = 5 + 6 = 11$ $Q_{эмп} = 11$</p>
<p>VI. Определить критические значения Q Розенбаума для данных n_1 и n_2 по таблице «Критические значения критерия Q Розенбаума для уровней статической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ (по Гублеру Е.В., Генкину А.А.), где по горизонтали таблицы расположены показатели меньшего количества испытуемых, а по вертикали – большего количества испытуемых. На</p>	<p>VI. Определяем критическое значение критерия Q для $n_1 = 14$ и $n_2 = 12$.</p> $Q_{\delta} = \begin{cases} 7(\delta \leq 0,05) \\ 9(\delta \leq 0,01) \end{cases}$ <p>$Q_{эмп}(11) > Q_{кр}(7 \text{ и } 9), (p < 0,01)$</p>

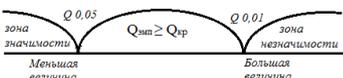
<p>пересечении этих показателей определяются достоверность значений для $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$</p>	
<p>VII. Различия между выборками можно считать статически достоверными ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$), если $Q_{эмп}$ равен или выше $Q_{кр}$.</p> <p>Значения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $Q_{эмп} \geq Q_{кр. 0,05}$; $Q_{кр. 0,01}$ Если $Q_{эмп} \geq Q_{кр. 0,05}$; $0,01$ – H_1 – принимается, а H_0 – отвергается. 	<p>VII. Студенты-экономисты по уровню вербального интеллекта статистически достоверно превосходят студентов психологов ($p < 0,01$).</p> <p>Принимается H_1, H_0 – отвергается</p>
<p>VIII. Графическое представление критерия Q-Розенбаума.</p> <p>8.1 Построить ось значимости. Если $Q_{эмп}$ окажется на границе зоны незначимости, то различия достоверны при $p \leq 0,05$. Если $Q_{эмп}$ окажется между двумя критическими значениями, то $Q_{эмп} \geq Q_{кр}$ различия достоверны ($p < 0,05$).</p> <p>Если $Q_{эмп}$ оказывается на границе зоны значимости, то различия достоверны при $p \leq 0,01$. Если $Q_{эмп}$ попадает в зону значимости, то $p < 0,01$</p> 	<p>VIII. Построим «ось значимости»</p>  <p>$Q_{эмп}$ находится в зоне значимости ($p < 0,01$) $Q_{эмп}(11) > Q_{кр}(9)$</p>

Таблица 3.1

Критические значения критерия Q Розенбаума для уровней статической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ (по Гублеру Е.В., Генкину А.А.)

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
<i>p=0,05</i>																
11	6															
12	6	6														
13	6	6	6													
14	7	7	6	6												
15	7	7	6	6	6											
16	8	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
<i>p=0,01</i>																
11	9															
12	9	9														
13	9	9	9													
14	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9											
16	9	9	9	9	9	9										
17	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

3.1.2. U – критерии Манна-Уитни

U-критерий Манна-Уитни относится к непараметрическим критериям с использованием ранжирования.

Назначение критерия

Критерий Манна-Уитни предназначен для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественного измеренного [27, 49-56].

Показания для применения U-критерия Манна-Уитни:

В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений: $n_1, n_2 \geq 3$

Если в одной выборке 2 наблюдения, то во второй их должно быть не менее 5.

В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений: $n_1, n_2 < 60$. Однако уже при $n_1, n_2 \geq 20$ ранжирование становится достаточно трудоемким.

Первым рядом (выборкой, группой) считается тот ряд значений, в котором значения, по предварительной оценке, выше, а вторым рядом – тот, где они предположительно ниже.

Знать правила ранжирования.

Правила ранжирования

Меньшему значению начисляется меньший ранг.

Наименьшему значению начисляется ранг 1.

Наибольшему значению начисляется ранг, соответствующий количеству ранжируемых значений. Например, если $n=7$, то наибольшее значение получит ранг 7, за возможным исключением для тех случаев, которые предусмотрены правилом 2.

В случае, если несколько значений равны, им начисляется ранг, представляющий собой среднее значение из этих рангов, которые они получили бы, если бы не были равны.

Например, 3 наименьших значения равны 10 секундам.

Если бы мы измеряли время более точно, то эти значения могли бы различаться и составляли бы, скажем, 10,2; 10,4; 10,7 сек. В этом случае они получили бы ранги, соответственно, 1, 2 и 3. Но поскольку полученные нами значения равны, каждое из них получает средний ранг:

$$\frac{1 + 2 + 3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Допустим, следующие 2 значения равны 12 сек. Они должны были бы получить ранги 4 и 5, но, поскольку они равны, то получают средний ранг:

$$\frac{4 + 5}{2} = 4,5 \quad \text{и т. д.}$$

3. Общая сумма рангов должна совпадать с расчетной. Которая определяется по формуле:

$$\Sigma(R_i) = \frac{N \cdot (N + 1)}{2}$$

где N – общее количество ранжируемых наблюдений (значений).

Несовпадение реальной и расчетной суммы ранга будет свидетельствовать об ошибке, допущенной при начислении рангов или их суммировании. Прежде чем продолжать работу, необходимо найти ошибку и устранить ее.

Рассмотрим применение U -критерия Манна-Уитни на примере опросника «Шкала депрессий» (Г.А.Балашова)

Цель: выявить депрессивные состояния и состояния близкие к депрессии.

По данному опроснику проведено тестирование 2 выборок (групп) испытуемых:

1-я выборка – $n_1=25$ испытуемых (экспериментальная)

2-я выборка – $n_2=20$ испытуемых (контрольная)

Результаты тестирования по данному опроснику каждой выборки предоставлены в табл. 2.

Таблица 2

Уровни депрессии в первой и второй выборках

Уровни депрессии (УД) в первой выборке ($n_1=25$) в %				Уровень депрессии (УД) во второй выборке ($n_2=20$)			
Баллы	УД	n	%	Баллы	УД	n	%
до 50	отсутствует	2	8	до 50	отсутствует	13	65
50-59	Легкий (ситуативного или невротического генеза)	4	16	50-59	Легкий (ситуативного или невротического генеза)	2	10
60-69	Субдепрессивное состояние (маскированная)	7	28	60-69	Субдепрессивное состояние (маскированная)	2	10
>70 (70-80)	Истинное депрессивное состояние	12	48	>70 (70-80)	Истинное депрессивное состояние	3	15
Суммы		25	100	Суммы		20	100

Даем подробную количественную (%) характеристику уровней депрессии по каждой группе.

Предположим, что в данном исследовании нас интересует процент истинного депрессивного состояния в экспериментальной (48%) и контрольной (15%) группах, то есть истинное депрессивное состояние у испытуемых экспериментальной группы в 3,2 раза встречается чаще, чем у испытуемых контрольной группы.

Таким образом, процентные (количественные) данные лишь подтверждает наличие выбора в пользу испытуемых экспериментальной группы.

Поэтому необходимо качественная характеристика данного психологического признака (истинное депрессивное состояние), основанная на выявлении статической достоверности с использованием методов математической обработки результатов полученных данных в двух группах.

Выбор метода математической обработки

Для выбора метода математической обработки необходимо определить:

Условие – 2 выборки испытуемых:

первая – 25 испытуемых (экспериментальная);

вторая – 20 испытуемых (контрольная).

Задача – выявить статическую достоверность различий в уровне испытуемого признака «истинное депрессивное состояние» между двумя выборками испытуемых.

Выбор метода. Обращаемся к таблице «Классификация задач и методов их решения» По данному условию и задаче могут быть применены следующие методы:

Q – критерий Розенбаума;

U – Манна-Уитни;

φ^* – критерий (угловое преобразование Фишера).

Q – критерий Розенбаума не может быть использованы, так как $n_2 \leq 11$.

Будем использовать критерий U-Манна-Уитни. Если он окажется бессильным выявить статические достоверные различия между группами, то обратимся к критерию φ^* – угловое преобразование Фишера.

Используем критерии U, так как $n_1 = 12$, а $n_2 = 3$ испытуемых, то есть ограничения критерия выдержаны: в каждой выборке $n_1, n_2 \geq 3$, но не более $n_1, n_2 \leq 60$.

АЛГОРИТМ расчета критерия U – Манна-Уитни на конкретном примере

Подсчет критерия U Манна-Уитни	Пример
I. Из сводной таблицы каждой выборки выбрать индивидуальные показатели по	I. Таблица 1 Индивидуальные значения «истинного депрессивного состояния» в баллах

исследуемому психологическому признаку и построить таблицу.	Первая выборка ($n_1 = 12$)		Вторая выборка ($n_2 = 3$)	
	Код имени испытуемого	Показатель - баллы	Код имени испытуемого	Показатель - баллы
	1. Д. Н.	74	1. Г.У.	71
	2. Т.С.	78	2. К.А.	72
	3. О.Р.	72	3. Д.К.	72
	4. А.К.	75		
	5. П.Г.	77		
	6. А.У.	80		
	7. Л.С.	79		
	8. Т.С.	76		
	9. О.К.	74		
	10. Т.П.	72		
	11. Б.К.	73		
	12. В.О.	78		
II. Проранжировать полученные индивидуальные значения психологического показателя, исходя из правил ранжирования. Провести подсчет ранговых сумм по выборкам	II. Таблица 2 Подсчет ранговых сумм психологического признака «истинное депрессивное состояние» по экспериментальной и контрольной группам			
	Первая ($n_1=12$)		Вторая ($n_2=3$)	
	Показатель, в баллах	Ранг	Показатель, в баллах	Ранг
	80			
	79	15		
	78	14		
	78	12,5		
	77	12,5		
	76	11		
	75	10		
74	9			
74	7,5			
73	7,5			
72	6			
72	3,5	72	3,5	
	3,5	72	3,5	
		71	1	
Суммы рангов	112	Суммы рангов	8	

<p>III 3.1. Подсчитать общую сумму рангов по двум группам.</p>	<p>III 3.1. Общая сумма рангов $112+8 = 120$</p>
<p>3.2. Подсчитать расчетную сумму рангов по формуле: $\Sigma [(R)]_i = \frac{N \cdot (N + 1)}{2}$ где N – общее количество ранжируемых наблюдений (значений)</p>	<p>3.2. Расчетная сумма рангов: $\Sigma R_i = \frac{N \cdot (N + 1)}{2} = \frac{15(15 + 1)}{2} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$</p>
<p>3.3. Общая сумма рангов должна совпасть с расчетной</p>	<p>3.3. Равенство реальной и расчетной сумм соблюдено. По уровню «истинное депрессивное состояние» более высоким рядом оказывается первая выборка испытуемых.</p>
<p>3.4. Определить большую из ранговых сумм.</p>	<p>3.4. На эту выборку приходится большая ранговая сумма: 112</p>
<p>IV. Определить эмпирическую величину U по формуле: $(n_1 * n_2) - \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x$ где – n_1- количество испытуемых в выборке 1; n_2 - количество испытуемых в выборке 2; T_x - большая из двух ранговых сумм; n_x - количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.</p>	<p>IV. $U_{\text{эмп}} = (12 \cdot 3) + \frac{12 \cdot (12 + 1)}{2} = 112$ $(36+78) - 112=2$ $U_{\text{эмп}}=2$</p>
<p>V. Определяем критическое значение для соответствующих по таблице «Критические значения критерии U - Манна-Уитни для уровней статической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ (по Гублеру Е.В., Генкину А.А.) причем меньшее n принимаем за n_1 и отыскиваем его в</p>	<p>V. $n_1=3$ $n_2=12$ $U_{\text{кр.э}} = \begin{cases} 5 & (p \leq 0,05) \\ 2 & (p \leq 0,01) \end{cases}$ $U_{\text{эмп}} = U_{\text{кр}}: 2 = 2 (p < 0,01)$ <p>Таким образом, выявлена статистическая достоверность психологического признака «истинное депрессивное состояние» в первой выборке испытуемых по сравнению со второй ($p < 0,01$) H_1 принимается, H_0 – отвергается</p> </p>

<p>верхней строке таблицы. Больше n принимаем за n_2 и отыскиваем его в левом столбце таблицы. Критерий U является одним из 2-х исключений из общего правила принятия решения о достоверности различий. Различия между двумя выборками являются достоверными ($p \leq 0,05$), если $U_{эмп}$ ниже или равен $U_{кр}$ ($U_{эмп} \leq U_{кр}$) $U_{0,05}$, и тем более достоверными ($p \leq 0,01$), если $U_{эмп}$ ниже или равен $U_{кр}$ ($U_{эмп} \leq U_{кр}$) $U_{0,01}$.</p>	
<p>VI. Графическое представление U критерия Манна-Уитни</p>	<p>VI. Графическое представление U критерия Манна-Уитни</p>
<p>6.1. Построить ось значимости</p>  <p>$U_{эмп} \leq U_{кр}$</p>	<p>6.1. Построим ось значимости</p>  <p>$U_{эм} = U_{кр} : 2 = 2(p < 0,01)$</p>

Таблица 3.2

**Критические значения критерии U - Манна-Уитни для
уровней статической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$
(по Гублеру Е.В., Генкину А.А)**

Критические значения для 5% ошибки																			
N1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N2																			
3	...	0																	
4	...	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
Критические значения для 1% ошибки																			
5	0	1															
6	1	2	3														
7	...	0	1	3	4	6													
8	...	0	2	4	6	7	9												
9	...	1	3	5	7	9	11	14											
10	...	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	...	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	...	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

Критические значения для 5% ошибки																		
N1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
N2																		
21	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	130	138	146	154
22	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119	128	136	145	154	162
23	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125	134	143	152	161	170
24	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	141	150	160	169	179
25	23	32	41	50	60	69	79	89	98	108	118	128	137	147	157	167	177	187
26	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143	154	164	174	185	195
27	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150	160	171	182	193	203
28	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156	167	178	189	200	212
29	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162	173	185	196	208	220
30	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
31	29	41	52	64	76	88	100	112	124	137	149	161	174	186	199	211	224	236
32	30	42	54	66	78	91	103	116	129	141	154	167	180	193	206	219	232	245
33	31	43	56	68	81	94	107	120	133	146	159	173	186	199	213	226	239	253
34	32	45	58	71	84	97	110	124	137	151	164	178	192	206	219	233	247	261
35	33	46	59	73	86	100	114	128	142	156	170	184	198	212	226	241	255	269
36	35	48	61	75	89	103	117	132	146	160	175	189	204	219	233	248	263	278
37	36	49	63	77	92	106	121	135	150	165	180	195	210	225	240	255	271	286
38	37	51	65	79	94	109	124	139	155	170	185	201	216	232	247	263	278	294
39	38	52	67	82	97	112	128	143	159	175	190	206	222	238	254	270	286	302
40	39	53	69	84	100	115	131	147	163	179	196	212	228	245	261	278	294	311

Критические значения для 1% ошибки																		
N1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
21	10	16	22	29	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	113	120	127
22	10	17	23	30	37	45	52	59	66	74	81	89	96	104	111	119	127	134
23	11	18	25	32	39	47	55	62	70	78	86	94	102	109	117	125	133	141
24	12	19	26	34	42	49	57	66	74	82	90	98	107	115	123	132	140	149
25	12	20	27	35	44	52	60	69	77	86	95	103	112	121	130	138	147	156
26	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	99	108	117	126	136	145	154	163
27	14	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	132	142	151	161	171
28	14	23	32	41	50	59	69	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178
29	15	24	33	42	52	62	72	82	92	102	112	123	133	143	154	164	175	185
30	15	25	34	44	54	64	75	85	95	106	117	127	138	149	160	171	182	192
31	16	26	36	46	56	67	77	88	99	110	121	131	143	155	166	177	188	200
32	17	27	37	47	58	69	80	91	103	114	126	137	149	160	172	184	195	207
33	17	28	38	49	60	72	83	95	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214
34	18	29	40	51	62	74	86	98	110	122	134	147	159	172	184	197	209	222
35	19	30	41	53	64	77	89	101	114	126	139	152	164	177	190	203	216	229
36	19	31	42	54	67	79	92	104	117	130	143	156	170	183	196	210	223	236
37	20	32	44	56	69	81	95	108	121	134	148	161	175	189	202	216	230	244
38	21	33	45	58	71	84	97	111	125	138	152	166	180	194	208	223	237	251
39	21	34	46	59	73	86	100	114	128	142	157	171	185	200	214	229	244	258
40	22	35	48	61	75	89	103	117	132	146	161	176	191	206	221	236	251	266

Критические значения для 5% ошибки																			
N1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
N2																			
21																			
22	171																		
23	180	189																	
24	188	198	207																
25	197	207	217	227															
26	206	216	226	237	247														
27	214	225	236	247	258	268													
28	223	234	245	257	268	279	291												
29	232	243	255	267	278	290	302	314											
30	240	252	265	277	289	301	313	326	338										
31	249	261	274	287	299	312	325	337	350	363									
32	258	271	284	297	310	323	336	349	362	375	389								
33	266	280	293	307	320	334	347	361	374	388	402	415							
34	275	289	303	317	331	345	359	373	387	401	415	429	443						
35	284	298	312	327	341	356	370	385	399	413	428	442	457	471					
36	292	307	322	337	352	367	381	396	411	426	441	456	471	486	501				
37	301	316	332	347	362	378	393	408	424	439	454	470	485	501	516	531			
38	310	325	341	357	373	388	404	420	436	452	467	483	499	515	531	547	563		
39	318	335	351	367	383	399	416	432	448	464	481	497	513	530	546	562	579	595	
40	327	344	360	377	394	410	427	444	460	477	494	511	527	544	561	578	584	611	628
Критические значения для 1% ошибки																			
21																			
22	142																		
23	150	158																	
24	154	166	174																
25	165	174	183	192															
26	173	182	191	201	210														
27	180	190	200	209	219	229													
28	188	198	208	218	229	239	249												
29	196	206	217	227	238	249	259	270											
30	203	214	225	236	247	258	270	281	292										
31	211	223	234	245	257	268	280	291	303	314									
32	219	231	242	254	266	278	290	302	314	326	338								
33	227	239	251	263	276	288	300	313	325	337	350	362							
34	234	247	260	272	285	298	311	323	336	349	362	375	387						
35	242	255	268	281	294	308	321	334	347	360	374	387	400	413					
36	250	263	277	290	304	318	331	345	358	372	386	399	413	427	440				
37	258	271	285	299	313	327	341	355	370	384	398	412	426	440	454	468			
38	265	280	294	308	323	337	352	366	381	395	410	424	439	453	468	482	497		
39	173	288	303	317	332	347	362	377	392	407	422	437	452	467	482	497	512	527	
40	281	296	311	326	342	357	372	388	403	418	434	449	465	480	495	511	526	542	557

3.1.3. φ^* – критерий (угловое преобразование Фишера)

Критерии φ^* Фишера (угловое преобразование Фишера) относится к числу многофункциональных критериев. Этот критерий может быть использован по отношению к самым разнообразным данным, выборкам и задачам. Данные могут быть представлены в любой шкале, начиная от наминативной (шкалы наименований) [27, 158-177].

Выборки могут быть как независимыми, так и «связанными», то есть можно сравнивать и разные выборки испытуемых, и показатели одной и той же выборки, измеренные в разных условиях.

Суть критерии φ^* состоит в определении процентной доли (например, $\frac{1}{5}=20\%$) исследуемого психологического признака, в котором зафиксирован интересующий исследователя эффект (есть «эффект»).

Путем сведения любых данных к альтернативной шкале «Есть эффект – нет эффекта» критерий φ^* позволяет разрешить все три задачи сопоставлений: сравнение «уровней», оценки «сдвигов» и сравнения распределений.

Критерий φ^* Фишера, позволяет оценить достоверность различий по частоте (процентной доле) встречаемости эффекта психологического признака путем сопоставления (сравнения) двух выборок.

Ограничения критерия φ^*

Ни одна из сопоставленных долей не должна быть равной нулю.

Нижний предел в критерии φ^* – 2 наблюдения в одной из выборок, однако должны соблюдаться следующие соотношения в численности двух выборок:

Если в одной выборке всего 2 наблюдения, то во второй должны быть не менее 30: $n_1=2 \rightarrow n_2 \geq 30$

Если в одной из выборок всего 3 наблюдения, то во второй должно быть не менее 7: $n_1=3 \rightarrow n_2 \geq 7$

если в одной из выборок 4 наблюдения, то во второй должно быть не менее 5: $n_1=4 \rightarrow n_2 \geq 5$

при $n_1, n_2 \geq 5$ возможны любые сопоставления

Верхний предел в критериях φ^* отсутствует – выборки могут быть сколь угодно большими.

Назначение критерия φ^*

Сопоставленные выборки по качественно определенному признаку. В данном варианте сравнивается процент испытуемых в одной выборке с процентом испытуемых в другой выборке по какому-либо качественно определяемому психологическому признаку.

Сопоставление двух выборок и по количественно измеряемому психологическому признаку. В данном варианте сравнивается

процент испытуемых в одной выборке с процентом испытуемых в другой выборке по уровню значения психологического признака.

Сопоставление выборок и по уровню, и по распределению психологического признака. Вначале проверяются различия между группами по уровню какого-либо психологического признака в двух выборках.

Использования критерия φ^* в сочетании с критериями λ Колмогорова – Смирнова в целях максимального результата.

Пример.

По методике «Диагностика состояний агрессии» (опросник «Басса-Дарки») было обследовано 2 выборки подростков: $n_1=20$ и $n_2=20$ (табл. 3).

Таблица 3

Состояния агрессии у подростков двух выборок

№ п/п	Психологический показатель	Выборка		Выборка	
		$n_1=20$	%	$n_2=20$	%
1	Физическая агрессия	12	60	3	15
2	Косвенная агрессия	4	20	2	10
3	Раздражение	8	40	2	10
4	Негативизм	5	25	2	10
5	Обида	6	30	3	15
6	Подозрительность	3	10	3	15
7	Вербальная агрессия	9	45	3	15
8	Чувство вины	4	20	2	10

Количественный анализ результатов полученных данных свидетельствует о том, что психологический показатель «физическая агрессия» в 4 раза выявляется чаще в первой выборке, чем во второй (соответственно 60% и 15%) Достоверность различий необходимо доказать с помощью метода математической обработки полученных данных.

Для принятия решения о выборе метода математической обработки определить:

1. Задача – выявить достоверные различия в уровне исследуемого признака «физическая агрессия»

2. Условия – 2 выборки подростков: $n_1=20$ и $n_2=20$

Исследуемый психологический признак «физическая агрессия» в первой выборке выявлены у 12 подростков ($n_1=12$), во второй у 3 ($n_2=3$)

3. Обоснования выбора метода математической обработки.

Выбираем метод математической обработки – критерий φ^* -угловое преобразование Фишера:

Сопоставление выборок необходимо провести по качественно определяемому признаку.

Ограничения для использования критерия φ^* отсутствуют: $n_2=3$ и $n_1=12$, т.е. ($n_2=3 \rightarrow n_1 \geq 7$)

АЛГОРИТМ расчета критерия φ^* - угловое преобразования Фишера

Расчет критерия φ^*	Пример																						
Выбрать один из четырех вариантов возможности применения критерия φ^* при проведении психологического исследования. Оценить условия и задачи исследования.	Обоснован выбор критерия φ^* , оценены задача и условия.																						
Подсчитать количество испытуемых (n) и их процентные доли, где «есть эффект» и где «нет эффекта» отдельно по каждой из 2 выборок	<p>II. В первой выборке ($n_1=20$) проявление физической агрессии («есть эффект») выявлены у 12 подростков, что составило в процентной доле: $12/20 \cdot 100\% = 60\%$.</p> <p>«Нет эффекта» $20-12=8$ (физическая агрессия не выявлена) $8/20 \cdot 100\% = 40\%$</p> <p>Вторая выборка ($n_2=20$) соответственно: «есть эффект» – $3/20 \cdot 100 = 15\%$. «Нет эффекта» – $20-3=17$ $17/20 \cdot 100\% = 85\%$</p>																						
<p>Построить четырехклеточную таблицу, представляющую собой таблицу эмпирических частот по двум значениям изучаемого психологического признака «есть эффект» – «нет эффекта»</p> <p style="text-align: right;"><i>Таблица</i></p> <p><i>Четырехклеточная таблица для расчета критерия φ^* при сопоставлении двух выборок (групп) испытуемых по процентной доле психологического признака</i></p>	<p>III.</p> <p style="text-align: right;"><i>Таблица 2</i></p> <p><i>Четырех клеточная таблица для расчета критерия φ^* при сопоставлении двух выборок испытуемых по процентной доле психологического показателя «наличие физической агрессии»</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Выборки</th> <th colspan="3">Есть физическая агрессия</th> <th colspan="3">Нет физическо й агрессии</th> <th rowspan="2">Сум-мы</th> </tr> <tr> <th>п</th> <th>%</th> <th>φ</th> <th>п</th> <th>%</th> <th>φ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	Выборки	Есть физическая агрессия			Нет физическо й агрессии			Сум-мы	п	%	φ	п	%	φ								
Выборки	Есть физическая агрессия			Нет физическо й агрессии			Сум-мы																
	п	%	φ	п	%	φ																	

Группы	Есть эффект			Нет эффекта			Суммы по:	
	Количество испытуемых (n)	% доля	φ	Количество испытуемых (n)	% доля	φ		
первая	12	60	φ_1	8	40	φ_3	12+8 = 20	
вторая	3	15	φ_2	17	85	φ_4	3+17 = 20	
суммы	15			25				
1 группа	n_1	%	φ_1	n_1	%	φ_3	I-й гр.	
2 группа	n_2	%	φ_2	n_2	%	φ_4	II-й гр.	
суммы	n_1+n_2			n_1+n_2			двумя гр.	
<p>В таблицу занести результаты подсчета количества испытуемых (n) и их процентные доли % по психологическому показателю «есть эффект» – «нет эффекта» по каждой группе (выборке)</p>								
<p>Подсчитать суммы испытуемых по горизонтали и по вертикали, они должны совпадать</p>								<p>IV. Подсчитываем суммы: $20+20=40$ $15+25=40$ Вывод: суммы совпадают</p>
<p>По таблице «Величины угла φ (в радианах) для разных процентных долей» (по В.Ю.Урбаху) определяем по φ_1 и φ_2 критическое значение φ:</p> $\varphi_{кр} \begin{cases} \varphi_1(\%) \\ \varphi_2(\%) \end{cases}$ <p>Можно воспользоваться и критическими значениями φ^*, соответствующие принятым в психологии уровням статической значимости.</p> $\varphi_{кр} = \begin{cases} 1,64(p < 0,05) \\ 2,31(p < 0,01) \end{cases}$								<p>V. Определяем величины $\varphi_{кр}$, соответствующие процентным долям φ_1 и φ_2 в каждой из выборок</p> $\varphi_{кр} = \begin{cases} \varphi_1(60\%) = 1,772 \\ \varphi_2(15\%) = 0,795 \end{cases}$ $\varphi_{кр} = \begin{cases} 1,64(p < 0,05) \\ 2,31(p < 0,01) \end{cases}$
<p>Подсчитать эмпирическое значение φ^* по формуле</p>								<p>VI. Определяем $\varphi^*_{эмп}$ по формуле:</p>

$\varphi_{эмп} = (\varphi_1 - \varphi_2) \times \sqrt{\frac{n_1 \times n_2}{n_1 + n_2}}$ <p>где – φ_1 – угол соответствия большей процентной доле в первой группе; φ_2 – угол, соответствующий меньшей процентной доле во второй группе; n_1 – количество наблюдений (испытуемых) в первой выборке; n_2 – количество наблюдения (испытуемых) во второй выборке. При необходимости можно определить точный уровень значимости разных значений критерия φ^* Фишера (по Е.В.Гублеру).</p>	$\begin{aligned} \varphi_{эмп}^* &= (1,772 - 0,795) \times \sqrt{\frac{20 \times 20}{20 + 20}} = \\ &= 0,977 \times \sqrt{\frac{400}{40}} = 0,977 \times \sqrt{10} = \\ &= 0,845 \times 3,12 = 3,04 \end{aligned}$ <p>$\varphi_{эмп}^* = 3,04$</p>
<p>Для оценки достоверностей различий между процентными долями двух выборок необходимо сопоставить полученное значение $\varphi_{эмп}^*$ с критическими значениями ($\varphi_{кр}^*$)</p> <p>Если $\varphi_{эмп}^* > \varphi_{кр}^*$ – различие между процентными долями двух выборок статистически достоверны (H_1) H_0 – отвергается.</p> <p>По таблице «Уровни статистической значимости разных значений критерия φ^* Фишера» (по Е.В. Гублеру) можно более точно определить уровень значимости полученного результата $\varphi_{эмп}^*$ ($p < 0,001$).</p>	<p>VII. Сопоставляем $\varphi_{эмп}^*$ с $\varphi_{кр}^*$:</p> <p>$\varphi_{эмп}^* > \varphi_{кр}^*$: $3,04 > 2,31$ ($p < 0,01$)</p>
<p>Вывод о достоверности различий между процентными долями двух выборок по исследуемому признаку</p>	<p>VIII. Вывод: Физическая агрессия среди подростков первой выборки встречается достоверно чаще, чем у подростков второй выборки ($p < 0,01$). Приниматься H_1. H_0 – отвергается</p>
<p>Графическое представление критерия φ^* «Ось значимости»</p>	<p>IX. Построим ось значимости критерия φ^*</p>

<p>Вывод по графическому представлению критерия φ^*</p>	<p>Х. Полученное эмпирическое значение φ^* психологического признака «физическая агрессия» находится в зоне значимости ($p < 0,01$)</p> <p>Так по критерию φ^* можно изучить достоверность различий между процентными долями двух выборок по каждому психологическому признаку методики «Диагностика состояний агрессии» (опросник «Басса-Дарки»)</p>

Таблица 3.3

Величины угла φ (в радианах) для разных процентных долей (по В.Ю.Урбаху)

Доля, %	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения φ									
0	0	0,02	0,028	0,035	0,04	0,045	0,049	0,053	0,057	0,06
0,1	0,063	0,066	0,069	0,072	0,075	0,077	0,08	0,082	0,085	0,087
0,2	0,089	0,092	0,094	0,096	0,098	0,1	0,102	0,104	0,106	0,108
0,3	0,11	0,111	0,113	0,115	0,117	0,118	0,12	0,122	0,123	0,125
0,4	0,127	0,128	0,13	0,131	0,133	0,134	0,136	0,137	0,139	0,14
0,5	0,142	0,143	0,144	0,146	0,147	0,148	0,15	0,151	0,153	0,154
0,6	0,155	0,156	0,158	0,159	0,16	0,161	0,163	0,164	0,165	0,166
0,7	0,168	0,169	0,17	0,171	0,172	0,173	0,175	0,176	0,177	0,178
0,8	0,179	0,18	0,182	0,183	0,184	0,185	0,186	0,187	0,188	0,189
0,9	0,19	0,191	0,192	0,193	0,194	0,195	0,196	0,197	0,198	0,199
1	0,2	0,21	0,22	0,229	0,237	0,246	0,254	0,262	0,269	0,277
2	0,284	0,291	0,298	0,304	0,311	0,318	0,324	0,33	0,336	0,342
3	0,348	0,354	0,36	0,365	0,371	0,376	0,382	0,387	0,392	0,398
4	0,403	0,408	0,413	0,418	0,423	0,428	0,432	0,437	0,442	0,446
5	0,451	0,456	0,46	0,465	0,469	0,473	0,478	0,482	0,486	0,491
6	0,495	0,499	0,503	0,507	0,512	0,516	0,52	0,524	0,528	0,532
7	0,536	0,539	0,543	0,547	0,551	0,555	0,559	0,562	0,566	0,57
8	0,574	0,577	0,581	0,584	0,588	0,592	0,595	0,599	0,602	0,606
9	0,609	0,613	0,616	0,62	0,623	0,627	0,63	0,633	0,637	0,64
10	0,644	0,647	0,65	0,653	0,657	0,66	0,663	0,666	0,67	0,673
11	0,676	0,679	0,682	0,686	0,689	0,692	0,695	0,698	0,701	0,704
12	0,707	0,711	0,714	0,717	0,72	0,723	0,726	0,729	0,732	0,735
13	0,738	0,741	0,744	0,747	0,75	0,752	0,755	0,758	0,761	0,764
14	0,767	0,77	0,773	0,776	0,778	0,781	0,784	0,787	0,79	0,793
15	0,795	0,798	0,801	0,804	0,807	0,809	0,812	0,815	0,818	0,82
16	0,823	0,826	0,828	0,831	0,834	0,837	0,839	0,842	0,845	0,847
17	0,85	0,853	0,855	0,858	0,861	0,863	0,866	0,868	0,871	0,874
18	0,876	0,879	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,897	0,9
19	0,902	0,905	0,907	0,91	0,912	0,915	0,917	0,92	0,922	0,925
20	0,927	0,93	0,932	0,935	0,937	0,94	0,942	0,945	0,947	0,95
21	0,952	0,995	0,957	0,959	0,962	0,964	0,967	0,969	0,972	0,974
22	0,976	0,979	0,981	0,984	0,986	0,988	0,991	0,993	0,996	0,998
23	1	1,003	1,005	1,007	1,01	1,012	1,015	1,017	1,019	1,022
24	1,024	1,026	1,029	1,031	1,033	1,036	1,038	1,04	1,043	1,045
25	1,047	1,05	1,052	1,054	1,056	1,059	1,061	1,063	1,066	1,068
26	1,07	1,072	1,075	1,077	1,079	1,082	1,084	1,089	1,088	1,091
27	1,093	1,095	1,097	1,1	1,102	1,104	1,106	1,109	1,111	1,113
28	1,115	1,117	1,12	1,122	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,135
29	1,137	1,14	1,142	1,144	1,146	1,148	1,151	1,153	1,155	1,157
30	1,159	1,161	1,161	1,166	1,168	1,17	1,172	1,174	1,177	1,179

Доля, %	% , последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф									
31	1,182	1,183	1,185	1,187	1,19	1,192	1,194	1,196	1,198	1,2
32	1,203	1,205	1,207	1,209	1,211	1,213	1,215	1,217	1,22	1,222
33	1,224	1,226	1,228	1,23	1,232	1,234	1,237	1,239	1,241	1,243
34	1,245	1,247	1,249	1,251	1,254	1,256	1,258	1,26	1,262	1,264
35	1,266	1,268	1,27	1,272	1,274	1,277	1,279	1,281	1,283	1,285
36	1,287	1,289	1,291	1,293	1,295	1,297	1,299	1,302	1,304	1,306
37	1,308	1,31	1,312	1,314	1,316	1,318	1,32	1,322	1,324	1,326
38	1,328	1,33	1,333	1,335	1,337	1,339	1,341	1,343	1,345	1,347
39	1,349	1,351	1,353	1,355	1,357	1,359	1,361	1,363	1,365	1,367
40	1,369	1,371	1,374	1,376	1,378	1,38	1,382	1,384	1,386	1,388
41	1,39	1,392	1,394	1,396	1,398	1,4	1,402	1,404	1,406	1,408
42	1,41	1,412	1,414	1,416	1,418	1,42	1,422	1,424	1,426	1,428
43	1,43	1,432	1,434	1,436	1,438	1,44	1,442	1,444	1,446	1,448
44	1,451	1,453	1,455	1,457	1,459	1,461	1,463	1,465	1,467	1,469
45	1,471	1,473	1,475	1,477	1,479	1,481	1,483	1,485	1,487	1,489
46	1,491	1,493	1,495	1,497	1,499	1,501	1,503	1,505	1,507	1,509
47	1,511	1,513	1,515	1,517	1,519	1,521	1,523	1,525	1,527	1,529
48	1,531	1,533	1,535	1,537	1,539	1,541	1,543	1,545	1,547	1,549
49	1,551	1,553	1,555	1,557	1,559	1,561	1,563	1,565	1,567	1,569
50	1,571	1,573	1,575	1,577	1,579	1,581	1,583	1,585	1,587	1,589
51	1,591	1,593	1,595	1,597	1,599	1,601	1,603	1,605	1,607	1,609
52	1,611	1,613	1,615	1,617	1,619	1,621	1,623	1,625	1,627	1,629
53	1,631	1,633	1,635	1,637	1,639	1,641	1,643	1,645	1,647	1,649
54	1,651	1,653	1,655	1,657	1,659	1,661	1,663	1,665	1,667	1,669
55	1,671	1,673	1,675	1,677	1,679	1,681	1,683	1,685	1,687	1,689
56	1,691	1,693	1,695	1,697	1,699	1,701	1,703	1,705	1,707	1,709
57	1,711	1,713	1,715	1,717	1,719	1,721	1,723	1,725	1,727	1,729
58	1,731	1,734	1,736	1,738	1,74	1,742	1,744	1,746	1,748	1,75
59	1,752	1,754	1,756	1,758	1,76	1,762	1,764	1,766	1,768	1,77
60	1,772	1,774	1,776	1,778	1,78	1,782	1,784	1,786	1,789	1,791
61	1,793	1,795	1,797	1,799	1,801	1,803	1,805	1,807	1,809	1,811
62	1,813	1,815	1,817	1,819	1,821	1,823	1,826	1,828	1,83	1,832
63	1,834	1,836	1,838	1,84	1,842	1,844	1,846	1,848	1,85	1,853
64	1,855	1,857	1,859	1,861	1,863	1,865	1,867	1,869	1,871	1,873
65	1,875	1,878	1,88	1,882	1,884	1,886	1,888	1,89	1,892	1,894
66	1,897	1,899	1,901	1,903	1,905	1,907	1,909	1,911	1,913	1,916
67	1,918	1,92	1,922	1,924	1,926	1,928	1,93	1,933	1,935	1,937
68	1,939	1,941	1,943	1,946	1,948	1,95	1,952	1,954	1,956	1,958
69	1,961	1,963	1,965	1,967	1,969	1,971	1,974	1,976	1,978	1,98
70	1,982	1,984	1,987	1,989	1,991	1,993	1,995	1,998	2	2,002

Доля, %	% , последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф									
71	2,004	2,006	2,009	2,011	2,013	2,015	2,018	2,02	2,022	2,024
72	2,026	2,029	2,031	2,033	2,035	2,038	2,04	2,042	2,044	2,047
73	2,049	2,051	2,053	2,056	2,058	2,06	2,062	2,065	2,067	2,069
74	2,071	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,085	2,087	2,09	2,092
75	2,094	2,097	2,099	2,101	2,104	2,106	2,108	2,111	2,113	2,115
76	2,118	2,12	2,122	2,125	2,127	2,129	2,132	2,134	2,136	2,139
77	2,141	2,144	2,146	2,148	2,151	2,153	2,156	2,158	2,16	2,163
78	2,165	2,168	2,17	2,172	2,175	2,177	2,18	2,182	2,185	2,187
79	2,19	2,192	2,194	2,197	2,199	2,202	2,204	2,207	2,209	2,212
80	2,214	2,217	2,219	2,222	2,224	2,227	2,229	2,231	2,234	2,237
81	2,24	2,242	2,245	2,247	2,25	2,252	2,255	2,258	2,26	2,263
82	2,265	2,268	2,271	2,273	2,276	2,278	2,281	2,284	2,286	2,289
83	2,292	2,294	2,297	2,3	2,302	2,305	2,307	2,31	2,313	2,316
84	2,319	2,321	2,324	2,327	2,33	2,332	2,335	2,338	2,341	2,343
85	2,346	2,35	2,352	2,355	2,357	2,36	2,363	2,366	2,369	2,372
86	2,375	2,377	2,38	2,383	2,386	2,389	2,392	2,395	2,398	2,401
87	2,404	2,407	2,41	2,911	2,416	2,419	2,422	2,425	2,428	2,431
88	2,434	2,437	2,44	2,443	2,447	2,45	2,453	2,456	2,459	2,462
89	2,465	2,469	2,472	2,465	2,478	2,482	2,485	2,488	2,491	2,495
90	2,498	2,501	2,505	2,508	2,512	2,515	2,518	2,522	2,525	2,529
91	2,532	2,536	2,539	2,543	2,546	2,55	2,554	2,557	2,561	2,564
92	2,568	2,572	2,575	2,679	2,583	2,587	2,591	2,594	2,598	2,602
93	2,606	2,61	2,614	2,618	2,622	2,626	2,63	2,634	2,638	2,642
94	2,647	2,651	2,655	2,659	2,664	2,668	2,673	2,677	2,681	2,686
95	2,691	2,295	2,7	2,705	2,709	2,714	2,719	2,724	2,729	2,734
96	2,739	2,744	2,749	2,754	2,76	2,765	2,771	2,776	2,782	2,788
97	2,793	2,799	2,805	2,811	2,818	2,824	2,83	2,837	2,844	2,851
98	2,858	2,865	2,872	2,88	2,888	2,896	2,904	2,913	2,922	2,931
99	2,941	2,942	2,943	2,944	2,945	2,946	2,948	2,949	2,95	2,951
100	3,142									

Таблица 3.4

«Уровни статистической значимости разных значений критерия F^* Фишера (по Е.В. Гублеру)»

Уровень значимости	Уровень значимости меньше или равен (последний десятичный знак)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
меньше или равен										
0	2,91	2,81	2,7	2,62	2,55	2,49	2,44	2,39	2,35	
0,01	2,31	2,28	2,25	2,22	2,19	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07
0,02	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,92	1,91	1,89
0,03	1,88	1,86	1,85	1,84	1,82	1,81	1,8	1,79	1,77	1,76
0,04	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,7	1,68	1,67	1,66	1,65
0,05	1,64	1,64	1,63	1,62	1,61	1,6	1,59	1,58	1,57	1,56
0,06	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,52	1,51	1,5	1,49	1,48
0,07	1,48	1,47	1,46	1,46	1,45	1,44	1,43	1,43	1,42	1,41
0,08	1,41	1,4	1,39	1,39	1,38	1,37	1,37	1,36	1,36	1,35
0,09	1,34	1,34	1,33	1,32	1,32	1,31	1,31	1,3	1,3	1,29
0,1	1,29									

3.2. Математические методы для выявления статистической значимости различий в уровне исследуемого психологического признака между тремя выборками

3.2.1. H – критерий Крускала – Уоллиса

Назначение критерия

Для установления изменения уровня признака при его переходе от группы к группе применяется H – критерий Крускала – Уоллиса [27, 56-61].

Он позволяет выявить уровень различий одновременно между тремя, четырьмя и т.д. выборками по уровню какого-либо признака, но не указывает на направление этих изменений.

В основе гипотезы положено существование случайных или неслучайных различий по уровню исследуемого признака между выборками 1, 2, 3 и т.д.

Ограничения критерия

1. При сопоставлении 3-х выборок допускается, чтобы в одной из них $n=3$, а двух других $n=2$ (различия на уровне значимости – $p \leq 0,05$).

2. Если в каждой выборке $n=3$ и более наблюдений, или если в одной выборке $n=4$, а в двух других – по 2; при этом не важно в какой именно выборке сколько испытуемых, а важно соотношение 4:2:2.

При наличии только трех выборок (n_1, n_2, n_3) ≤ 5 необходимо пользоваться «Таблицей критических значений критерий H Крускала – Уоллиса». При большем количестве выборок и испытуемых в каждой выборке необходимо пользоваться «Таблицей критических значений χ^2 », поскольку критерий Крускала – Уоллиса ассиметрически приближается к распределению χ^2 .

Количество степеней свободы при этом определяется по формуле:

$$v = c - 1,$$

где c – количество сопоставляемых выборок.

АЛГОРИТМ

подсчета критерий H Крускала – Уоллиса

1. Все индивидуальные значения психологических признаков по выборкам (группам) ранжируются так, как одна большая выборка (группа). При этом меньшему значению приписывается меньший ранг, а далее подсчитываем суммы полученных рангов отдельно по каждой выборке. Если различия между выборками случайны, суммы рангов не будут различаться сколько-нибудь существенно, так как высокие и низкие ранги равномерно распределяются между выборками. Но если в одной из выборок будут преобладать низкие

значения рангов, в другой – высокие, а в третьей – средние, то критерий H позволит установить эти различия.

Средняя сумма рангов по выборкам должна равняться количеству испытуемых в объединенной выборке.

2. Подсчитать расчетную сумму рангов по формуле:

$$\Sigma Ri = \frac{N \cdot (N + 1)}{2}, \text{ где}$$

N – общее количество испытуемых в объединенной выборке.

3. Подсчитать общую сумму рангов по каждой группе (выборке).

4. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной.

5. Подсчитать эмпирическое значение критерия H по формуле:

$$H_{\text{эмп}} = \left[\frac{12}{N \cdot (N + 1)} \cdot \sum \frac{T_i^2}{n} \right] - 3 \cdot (N + 1),$$

где N – общее количество испытуемых в объединенной выборке;

n – количество испытуемых в каждой группе;

T_i^2 – квадраты сумм рангов по каждой i -й выборке.

6. Исходя из количества групп, выбрать таблицу для определения критического значения критерия H ($H_{\text{кр}}$):

- При количестве групп $s=3$; $n_1, n_2, n_3 \leq 5$ – таблица «Критические значения критерия H -Крускала-Уоллиса для разных сочетаний n_1, n_2, n_3 ».

Различия между тремя выборками можно считать достоверными на указанном в таблице «Критические значения критерия H -Крускала-Уоллиса для разных сочетаний n_1, n_2, n_3 » если критические значения критерия достигает или превышает его ($H_{\text{эмп}} \geq H_{\text{кр}}$).

- При количестве групп $s > 3$ или количестве испытуемых $n_1, n_2, n_3 > 5$ – таблица «Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы ν ».

Различия между распределениями могут считаться достоверными, если $H_{\text{эмп}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,05}$ и тем более достоверным $H_{\text{эмп}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,01}$ ($H_{\text{эмп}} \geq \chi^2_{\text{кр}}$).

Алгоритм принятия решения о выборе критерия для сопоставлений (рис. 1).

Рассмотрим расчет критерия H Крускала – Уоллиса на конкретном примере.

В выборке из 28 мужчин руководителей подразделений одного крупного промышленного предприятия перед началом курса тренинга партнерского общения проводилось обследование с помощью 16 – факторного личностного опросника Р. Б. Кеттелла (форма А). В табл. 4 приведены индивидуальные значения испытуемых по фактору N , отражающему житейскую искренность и

принципиальность. Данные в таблице представлены в «сырых» баллах и сгруппированы по четырем возрастным группам [27].

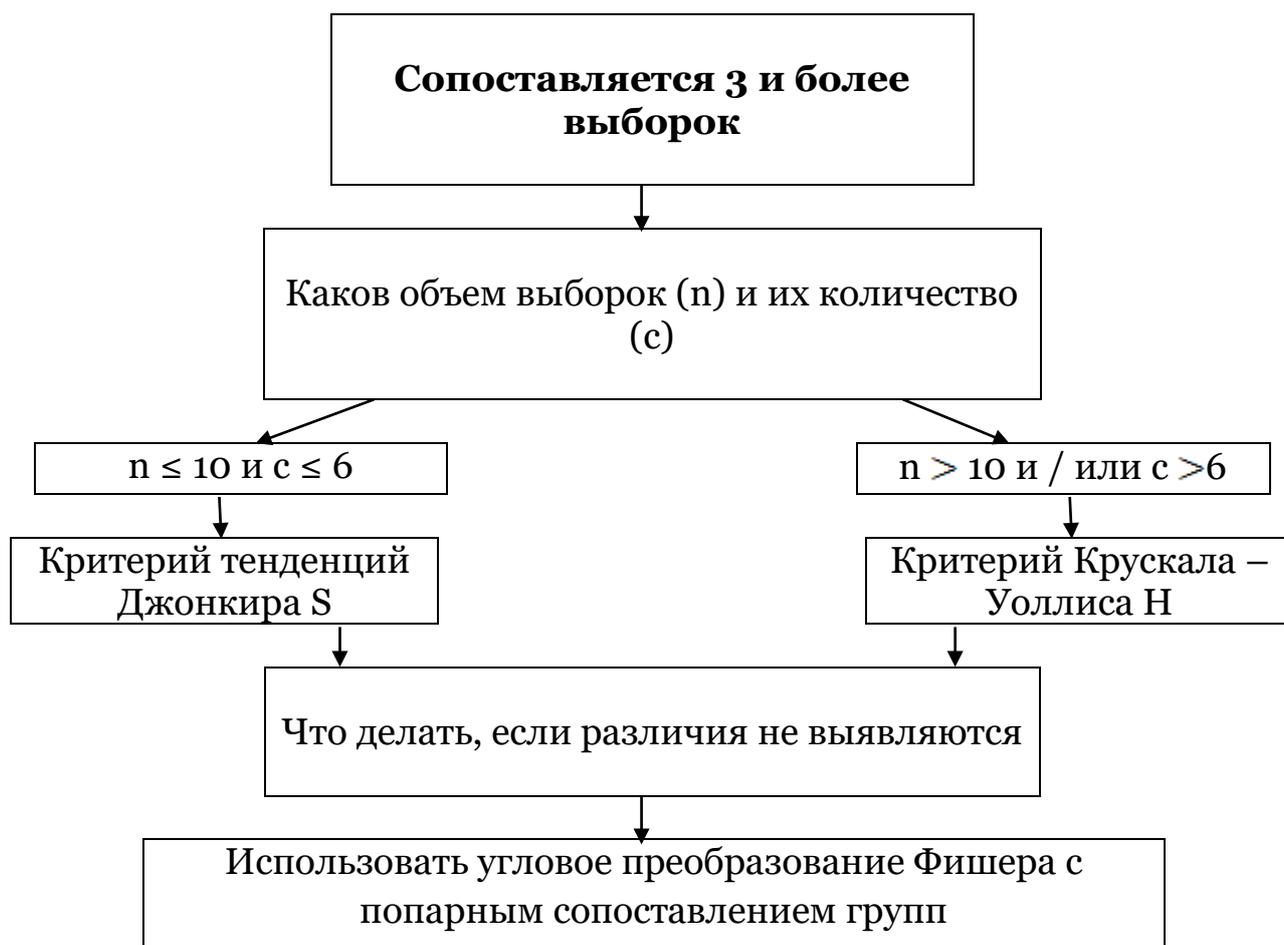


Рис. 1. Алгоритм выбора критерия оценки достоверности различий между независимыми выборками по уровню признака

Таблица 4
Индивидуальные значения по фактору N 16 PF, отражающему житейскую искренность и принципиальность, в четырех возрастных группах руководителей

№ испытуемых	Группа 1 26-31 год ($n_1=7$)	Группа 2 32-37 лет ($n_2=7$)	Группа 3 38-42 года ($n_3=7$)	Группа 4 46-52 года ($n_4=7$)
1	2	11	8	11
2	10	7	12	12
3	5	8	14	9
4	8	12	9	9
5	10	12	16	10
6	7	12	14	14

7	12	9	10	13
<i>Суммы</i>	54	71	83	78
<i>Средние</i>	7,71	10,14	11,86	11,14

Выбор метода математической обработки

Задача: выявить различия по уровню фактора N 16 PF.

Условие решения задачи: четыре возрастные группы испытуемых – руководителей промышленного предприятия.

Метод математической обработки: H-критерий Крускала – Уоллиса.

Метод математической обработки с использованием критерия Крускала – Уоллиса выбран потому, что $n = 28 (>10)$.

АЛГОРИТМ подсчета критерия H Крускала – Уоллиса

I. Составить таблицу для подсчета суммы рангов отдельно по каждой группе.

Таблица 1

Подсчет ранговых сумм по четырем возрастным группам испытуемых по фактору N 16 PF (N = 28)

	Группа 1 26-31 год ($n_1=7$)		Группа 2 32-37 лет ($n_2=7$)		Группа 3 38-42 года ($n_3=7$)		Группа 4 46-52 года ($n_4=7$)	
	Индивидуальные значения	Ранги	Индивидуальные значения	Ранги	Индивидуальные значения	Ранги	Индивидуальные значения	Ранги
	2	1	7	3,5	8	6	9	9,5
	5	2	8	6	9	9,5	9	9,5
	7	3,5	9	9,5	10	13,5	10	13,5
	8	6	11	16,5	12	20,5	11	16,5
	10	13,5	12	20,5	14	26	12	20,5
	10	13,5	12	20,5	15	26	13	24
	12	20,5	12	20,5	16	28	14	26
Суммы		60		97		129,5		119,5

II. Подсчитать расчетную сумму рангов по формуле:

$$\Sigma Ri = \frac{N \cdot (N + 1)}{2}$$

где N – общее количество испытуемых в объединенной выборке

II.

$$\Sigma Ri = \frac{28 \cdot (28 + 1)}{2} = \frac{28 \cdot 29}{2} = \frac{812}{2} = 406$$

III. Подсчитать сумму рангов по каждой группе (выборке) и общую сумму рангов.

III. Сумма рангов по группам:

1 группа – 60

2 группа – 97

3 группа – 129,5

4 группа – 119,5

	Общая сумма рангов: $60+97+129,5+119,5=406$
IV. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной.	IV. $406=406$
V. Подсчитать эмпирическое значение критерия Н по формуле: $H_{эмп} = \left[\frac{12}{N \cdot (N + 1)} \cdot \sum \frac{T_i^2}{n} \right] - 3 \cdot (N + 1)$ где N – общее количество испытуемых в объединенной выборке; n – количество испытуемых в каждой группе; $\sum T_i$ – суммы рангов по каждой группе.	V. $H_{эмп} = \left[\frac{12}{28 \cdot (28+1)} \cdot \left(\frac{60^2}{7} + \frac{97^2}{7} + \frac{129,5^2}{7} + \frac{119,5^2}{7} \right) \right] - 3(28+1) = \frac{12}{28 \cdot 29} \cdot \left(\frac{3600}{7} + \frac{9409}{7} + \frac{16770,25}{7} + \frac{14780,25}{7} \right) - 3 \cdot 29 = \frac{12}{812} \cdot (514,29 + 1334,15 + 2395,75 + 2040) - 87 = \left[\frac{12 \cdot 6294,19}{812} \right] - 87 = 93,018 - 87 = 6,018$ $H_{эмп.} = 6,018$
VI. Исходя из количества групп, выбрать таблицу для определения критического значения критерия Н ($H_{кр.}$): • при количестве групп $c=3$; $n_1, n_2, n_3 \leq 5$ – таблица «Критические значения критерия Н Крускала – Уоллиса для разных сочетаний n_1, n_2, n_3 ». • при количестве групп $c > 3$ или количестве испытуемых $n_1, n_2, n_3 > 5$ – таблица «Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы ν »	VI. 1. Количество групп $c=4$. 2. Таблица – для определения критического значения критерия Н – критерий χ^2 . 3. Число степеней свободы: $\nu = c - 1$ $\nu = 4 - 1 = 3$ $\nu = 3$ $\chi_{кр}^2 = \begin{cases} 7,815 (p \leq 0,05) \\ 11,345 (p \leq 0,01) \end{cases}$ $H_{эмп} (6,018) < \chi_{кр}^2.$
VII. Вывод: • Различия между тремя выборками можно считать достоверными, если $H_{эмп.}$ достигает или превышает соответствующего критического значения ($H_{эмп.} \geq H_{кр.}$), указанного в таблице «Критические значения критерия Н Крускала – Уоллиса для разных сочетаний n_1, n_2, n_3 » • Различия между распределениями могут считаться	VII. Вывод: $H_{эмп.} < \chi_{кр}^2.$ Четыре возрастные группы руководителей промышленного предприятия не различаются по уровню фактора N 16 – факторного личностного опросника Р. Б. Кеттелла. Принимается H_0 .

достоверными, если $N_{\text{эмп.}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,05}$ и тем более достоверными, если $N_{\text{эмп.}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,01}$ ($N_{\text{эмп.}} \geq \chi^2_{\text{кр.}}$)	
---	--

Таблица 3.5

**Критические значения критерия Н Крускала-Уоллиса
для разных сочетаний n_1 , n_2 и n_3**

Различия между тремя выборками можно считать доверительными на указанном в таблице уровне значимости, если $H_{эмп}$ достигает соответствующего критического значения или повышает его [33].

Объемы выборки					Объемы выборки					Объемы выборки				
n_1	n_2	n_3	H	p	n_1	n_2	n_3	H	p	n_1	n_2	n_3	H	p
2	1	1	2,7000	0,500	4	4	1	6,6667	0,010	5	4	1	6,9545	0,008
2	2	1	3,6000	0,200				6,1667	0,022				6,8400	0,011
2	2	2	4,5714	0,067				4,9667	0,048				4,9855	0,044
3	1	1	3,2000	0,300				4,8667	0,054				4,8600	0,056
3	2	1	4,2857	0,100				4,1667	0,082				3,9873	0,098
			3,8571	0,133				4,0667	0,102				3,9600	0,102
3	2	2	5,3572	0,029	4	4	2	7,0364	0,006	5	4	2	7,2045	0,009
			4,7143	0,048				6,8727	0,011				7,1182	0,010
			4,5000	0,067				5,4545	0,046				5,2727	0,049
			4,4643	0,105				5,2364	0,052				5,2682	0,050
3	3	1	5,1429	0,043				4,5545	0,098				4,5409	0,098
			4,5714	0,100				4,4455	0,103				4,5182	0,101
			4,0000	0,129	4	4	3	7,1439	0,010	5	4	3	7,4449	0,010
3	3	2	6,2500	0,011				7,1364	0,011				7,3949	0,011
			5,3611	0,032				5,5985	0,049				5,6564	0,049
			5,1389	0,061				5,5758	0,051				5,6308	0,050
			4,5556	0,100				4,5455	0,099				4,5487	0,099
			4,2500	0,121				4,4773	0,102				4,5231	0,103
3	3	3	7,2000	0,004	4	4	4	7,6538	0,008	5	4	4	7,7604	0,009
			6,4889	0,011				7,5385	0,011				7,7440	0,011
			5,6889	0,029				5,6923	0,049				5,6571	0,049
			5,6000	0,050				5,6538	0,054				5,6176	0,050
			5,0667	0,086				4,6539	0,097				4,6187	0,100
			4,6222	0,100				4,5001	0,104				4,5527	0,102
4	1	1	3,5714	0,200	5	1	1	3,8571	0,143	5	5	1	7,3091	0,009
4	2	1	4,8214	0,057	5	2	1	5,2500	0,036				6,8364	0,011
			4,5000	0,076				5,0000	0,048				5,1273	0,046
			4,0179	0,114				4,4500	0,071				4,9091	0,053
4	2	2	6,0000	0,014				4,2000	0,095				4,1091	0,086
			5,3333	0,033				4,0500	0,119				4,0364	0,105
			5,1250	0,052	5	2	2	6,5333	0,008	5	5	2	7,3385	0,010
			4,4583	0,100				6,1333	0,013				7,2692	0,010
			4,1667	0,105				5,1600	0,034				5,3385	0,047
4	3	1	5,8333	0,021				5,0400	0,056				5,2462	0,051
			5,2083	0,050				4,3733	0,090				4,6231	0,097
			5,0000	0,057				4,2933	0,122				4,5077	0,100
			4,0556	0,093										
			3,8889	0,129	5	3	1	6,4000	0,012	5	5	3	7,5780	0,010
								4,9600	0,048				7,5429	0,010
4	3	2	6,4444	0,008				4,8711	0,052				5,7055	0,046
			6,3000	0,011				4,0178	0,095				5,6264	0,051
			5,4444	0,046				3,8400	0,123				4,5451	0,100
			5,4000	0,051	5	3	2	6,9091	0,009				4,5363	0,102
			4,5111	0,098				6,8218	0,010				7,8229	0,010
			4,4444	0,102				5,2509	0,049	5	5	4	7,7914	0,010
4	3	3	6,7455	0,010				5,1055	0,052				5,6657	0,049
			6,7091	0,013				4,6509	0,091				5,6429	0,050

			5,7909	0,046				4,4945	0,101				4,5229	0,099
			5,7273	0,050	5	3	3	7,0788	0,009				4,5200	0,101
			4,7091	0,092				6,9818	0,011	5	5	5	8,0000	0,009
			4,7000	0,101				5,6485	0,049				7,9800	0,010
								5,5152	0,051				5,7800	0,049
								4,5333	0,097				5,6600	0,051
								4,4121	0,109				4,5600	0,100
													4,5000	0,102

3.3. Математические методы для выявления статистической значимости различий в распределении показателей психологических признаков

3.3.1. χ^2 – критерий Пирсона

Назначение критерия

Критерий χ^2 применяется для выявления различий в распределении признака и отвечает на вопрос о том, с **одинаковой ли частотой** встречаются **разные значения признака** в эмпирическом и теоретическом распределениях или двух и более эмпирических распределениях [27, 113-142].

Критерий χ^2 применяется в двух целях:

- для сопоставления эмпирического распределения разных значений одного и того же признака с теоретическим – равномерным, нормальным или каким-то иным;
- для сопоставления двух, трех или более эмпирических распределений разных значений одного и того же признака.

Описание критерия

Критерий χ^2 позволяет сопоставлять распределения признаков, представленных в любой шкале, начиная от шкалы наименований.

Критерий χ^2 позволяет определить с одинаковой ли частотой встречаются **разные значения признака в эмпирическом и теоретическом распределении или в двух и более эмпирических распределениях одного и того же признака.**

При сопоставлении эмпирического распределения с теоретическим определяется степень расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами.

При сопоставлении двух эмпирических распределений определяется степень расхождения между эмпирическими частотами и теоретическими частотами, которые наблюдались бы в случае совпадения двух этих эмпирических распределений.

Чем больше расхождение между двумя сопоставляемыми распределениями, тем больше эмпирическое значение χ^2 .

Критерий χ^2 позволяет провести:

- сопоставление эмпирического распределения (частота встречаемости признака) с теоретическим распределением;
- сопоставление двух эмпирических распределений (частота встречаемости);
- сопоставление одновременно трех и более распределений (частот).

Принцип расчетов такой же, как и при сопоставлении двух эмпирических распределений. Это касается формулы расчета теоретических частот и алгоритма последующих расчетов.

Варианты гипотез:

H₁:

- полученное эмпирическое распределение признака существенно отличается от теоретического распределения;
- эмпирическое распределение 1 существенно отличается от эмпирического распределения 2;
- эмпирические распределения 1, 2, 3 ... существенно различаются между собой.

H₀:

- эмпирическое распределение признака существенно не отличается от теоретического распределения;
- эмпирическое распределение 1 существенно не отличается от эмпирического распределения 2;
- эмпирические распределения 1, 2, 3 ... существенно не различаются между собой.

Ограничения χ^2 -критерия Пирсона.

1. Объем выборки: $n \geq 30$;

2. Теоретическая частота для каждой ячейки таблицы не должна быть меньше 5: $f_{теор.} \geq 5$.

Принятие решения о выборе метода математической обработки.

I. **Задача:** выявить различия в распределении признака.

II. **Условия:**

- при сопоставлении эмпирического распределения разных значений признака с теоретическим;
- при сопоставлении двух эмпирических распределений разных значений признаков;
- при сопоставлении одновременно 3 и более распределений разных значений признаков.

III. **Метод:** χ^2 -критерий Пирсона.

Для решения поставленных задач расчета критерия χ^2 необходимо для каждого из 2 сопоставлений составить по две таблицы.

Вариант первый

Таблицы для сопоставления эмпирического распределения признака с теоретическим – равномерным, нормальным или каким-то иным.

Таблица 5

Частота встречаемости разных значений признака в эмпирическом и теоретическом распределениях

Разряды	Эмпирические частоты	Теоретическая частота суммарных проявлений
1		

2			
3			
4			
и			
т.д.			
	Суммы		

Разряды – показатель методики, его наименование (например, 6 стимульных картин по методике Х. Хекхаузена).

Эмпирические частоты – это количество наблюдений (количество реакций) психологического признака по разрядам у данного числа испытуемых (например, количество наблюдений – количество реакций «надежды на успех» у 113 испытуемых по методике Х. Хекхаузена).

Подсчитываем сумму эмпирических частот.

Теоретическая частота определяется по формуле:

$$f_{\text{теор.}} = \frac{n}{k},$$

где n – количество наблюдений (сумма эмпирических частот), полученных у данной группы испытуемых.

k – количество разрядов.

Подсчитываем сумму теоретических частот.

Сумма разностей между эмпирическими и теоретическими частотами ($f_{\text{э}} - f_{\text{т}}$) должна быть близка к 0.

Таблица 6

Расчет критерия χ^2 для сопоставления эмпирического распределения с теоретическим – равномерным, нормальным или каким-либо иным (по алгоритму)

Разряды	Эмпирическая частота $f_{\text{э}}$	Теоретическая частота $f_{\text{т}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{т}}$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}$
1					
2					
3					
4					
и					
т.д.					
	Суммы		0		

По таблице 2 расчет критерия χ^2 применяется при числе степеней свободы – $\nu > 1$.

Если число степеней свободы $\nu = k - 1 = 1$ – все расчеты производят по известному алгоритму, но с одним добавлением: перед возведением в квадрат разности частот необходимо уменьшить абсолютную величину этой разности на 0,5.

Расчет критерия χ^2 при числе степеней свободы $\nu = 1$ представлен в табл. 7.

Таблица 7

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении эмпирического распределения с теоретическим – равномерным, нормальным или каким-либо иным при $\nu = 1$ (по алгоритму)

Разряды	Эмпирическая частота $f_{\text{э}}$	Теоретическая частота $f_{\text{т}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{т}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{т}} - 0,5$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{т}} - 0,5)^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}} - 0,5)^2}{f_{\text{т}}}$
1						
2						
3						
4						
и						
т.д.						
.						
Суммы			0			

Вариант второй

Таблицы для сопоставления двух эмпирических распределений.

Таблица 8

Эмпирические и теоретические частоты при сопоставлении двух эмпирических распределений

Разряды	Эмпирические частоты распределений		Суммы	Теоретические частоты распределений	
	первого	второго		первого	второго
1	А	Б		А	Б
2	В	Г		В	Г
3	Д	Е		Д	Е
4	Ж	З		Ж	З
и					
т.д.					
Суммы					

Для подсчета теоретической частоты ($f_{\text{теор.}}$):

- Подсчитываем отдельно по каждому столбцу сумму эмпирических частот первого и второго эмпирического распределения.
- Подсчитываем сумму двух эмпирических частот по соответствующей строке.
- Подсчитываем общее количество наблюдений – это сумма двух эмпирических распределений. При этом сумма эмпирических частот по соответствующим столбцам должна совпасть с суммой эмпирических частот по соответствующей строке.

Формула подсчета теоретической частоты ($f_{теор.}$) для сопоставления двух (и более) эмпирических распределений:

$$f_{теор.} = \left(\begin{array}{c} \text{сумма частот} \\ \text{по соответствующей строке} \end{array} \right) * \frac{\begin{array}{c} \text{сумма частот} \\ \text{по соответствующему столбцу} \end{array}}{\begin{array}{c} \text{общее количество наблюдений} - \\ \text{общая сумма эмпирических частот} \end{array}}$$

Таблица 9

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении двух эмпирических распределений (по алгоритму)

Ячейки таблицы эмпирических частот		Эмпирическая частота $f_{э}$	Теоретическая частота $f_{т}$	$f_{э} - f_{т}$	$(f_{э} - f_{т})^2$	$\frac{(f_{э} - f_{т})^2}{f_{т}}$
1	А					
2	Б					
3	В					
4	Г					
5	Д					
6	Е					
7	Ж					
8	З					
Суммы				0		

По таблице 9 расчет критерия χ^2 применяется при числе степеней свободы $\nu > 1$.

Число степеней свободы при сопоставлении двух эмпирических распределений определяется по формуле:

$$\nu = (k - 1) * (c - 1),$$

где k – количество разрядов признака (строк в таблице эмпирических частот);

c – количество сравниваемых распределений (столбцов в таблице эмпирических частот).

Если при сопоставлении двух эмпирических распределений число степеней свободы, рассчитанных по формуле: $\nu = (k - 1) * (c - 1) = 1$, то все расчеты производят по алгоритму, но с одним добавлением: перед возведением в квадрат разности частот должны уменьшить абсолютную величину этой разности на 0,5.

Расчет критерия χ^2 при числе степеней свободы $\nu = 1$ представлен в табл. 10.

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении двух эмпирических распределений при $\nu = 1$ (по алгоритму)

Ячейки таблицы эмпирических частот		Эмпирич. частота $f_{\text{э}}$	Теоретич. частота $f_{\text{т}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{т}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{т}} - 0,5$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{т}} - 0,5)^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}} - 0,5)^2}{f_{\text{т}}}$
1	А						
2	Б						
3	В						
4	Г						
5	Д						
6	Е						
7	Ж						
8	З						
Суммы				0			

Рассмотрим расчет χ^2 – критерия Пирсона на конкретных примерах в следующих пунктах [27, 284].

3.3.2. χ^2 – критерий Пирсона для сопоставления эмпирического распределения психологического признака с теоретическим

Пример 1

Хекгаузена тематической апперцепции тест (НТАТ) – проективная методика исследования личности, направлен на оценку мотивационного аспекта личности. Выделяются категории **мотивации достижения успеха** и **мотивации избегания неудачи**. Х. Хекгаузен оперирует терминами «надежда на успех» и «боязнь неудачи».

По данной методике обследовано 113 [27, 284] студентов в возрасте от 20 до 35 лет. В данном исследовании разным испытуемым стимульный набор методики Хекгаузена (6 картин) предъявлялся в разном порядке. Было установлено, что в рассказах по картинкам с условным названием «Преподаватель и ученик» и «Мастер измеряет деталь» словесные формулировки, отражающие «боязнь неудачи» встречаются чаще, чем в рассказах по другим картинам, в особенности по картине «Улыбающийся юноша».

Эмпирическое распределение словесных формулировок, отражающих мотивы «надежды на успех» и «боязнь неудачи» представлена в табл. 11.

Таблица 11

**Эмпирическое распределение словесных формулировок,
отражающих мотивы «надежды на успех» и «боязнь
неудачи»**

	Разряды-картины методики	Количество вербальных реакций, отражающих				Всего
		«надежда на успех»		«боязнь неудачи»		
1	«Мастер измеряет деталь»	А	106	138	Б	244
2	«Преподаватель и ученик»	В	102	180	Г	282
3	«В цехе у машины»	А	108	34	Е	142
4	«У двери директора»	Ж	50	87	З	137
5	«Человек в бюро»	И	99	57	К	156
6	«Улыбающийся юноша»	Л	115	20	М	135
Всего			580	516		1096

Вопрос 1:

Можно ли утверждать, что разные картины методики Хекгаузена обладают разной побудительной силой в отношении мотивов:

- «надежды на успех»;
- «боязнь неудачи».

Для ответа на данный вопрос необходимо принять решение о выборе метода математической обработки.

Так как данные уже получены и представлены в таблице, чтобы ответить на данный вопрос, необходимо принять решение о **задаче, условии решения задачи и выборе критерия.**

Задача: Выявить различия в распределении признака:

- «надежда на успех»;
- «боязнь неудачи».

Условие решения задачи: Сопоставить эмпирическое распределение реакции признака «надежда на успех» и реакции признака «боязнь неудачи» с теоретическим (равномерным распределением).

Это позволит проверить, равномерно ли распределяются реакции «надежды на успех» по шести картинам и равномерно ли распределяются реакции «боязнь неудачи» по шести картинам.

**Метод математической обработки: χ^2 – критерий
Пирсона**

Количество наблюдений достаточно велико, поэтому можно было бы использовать критерий Колмогорова-Смирнова. Однако в исследовании картины предъявлялись разным испытуемым в разной последовательности, то есть отсутствует однонаправленное изменение

признака в какую-либо сторону: все разряды (картины) следуют друг за другом в случайном порядке.

Поэтому методом выбора математической обработки является критерий χ^2 , а не критерий λ .

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении распределения реакций «надежды на успех» по 6 картинам с равномерным распределением представлен в табл. 3.18.

Таблица 12

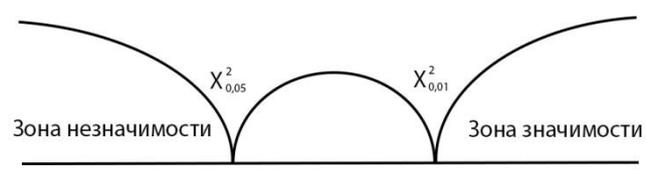
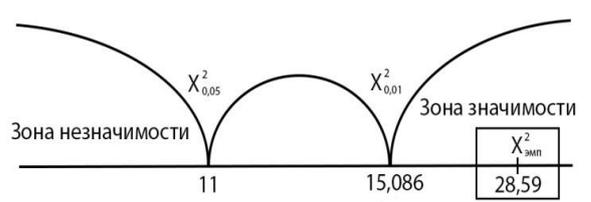
Расчет критерия χ^2 при сопоставлении распределения реакций «надежды на успех» по 6 картинам, с равномерным распределением

Разряды – картины методики		Частоты реакции «надежды на успех»		$f_{\text{э}} - f_{\text{м}}$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})^2}{f_{\text{м}}}$
		$f_{\text{эмп.}}$	$f_{\text{теор.}}$			
1		2	3	4	5	6
1	«Мастер измеряет деталь»	106	96,67	9,33	87,05	0,90
2	«Преподаватель и ученик»	102	96,67	5,33	28,41	0,29
3	«В цехе у машины»	108	96,67	11,33	128,37	1,33
4	«У двери директора»	50	96,67	-46,67	2178,09	22,53
5	«Человек в бюро»	99	96,67	2,33	5,43	0,06
6	«Улыбающийся юноша»	115	96,67	18,33	335,99	3,48
Суммы		580	580	0	2763,34	28,59

**АЛГОРИТМ
расчета критерия χ^2**

Расчет критерия χ^2	Пример
I. Занести в таблицу наименования разрядов и соответствующие им эмпирические частоты (столбец 1,2).	I. Таблица №8 (столбец 1,2)
II. Расчет теоретической частоты для равномерного распределения по формуле: $f_{\text{теор.}} = \frac{n}{k}$, где n – количество наблюдений (сумма эмпирических частот психологического признака). k – количество разрядов. (столбец 3)	II. $f_{\text{теор.}} = \frac{n}{k}$, где n – количество наблюдений – это количество (сумма эмпирических частот) реакции «надежды на успех» у 113 испытуемых по 6 картинам. Количество разрядов – это количество картин – 6.

	$f_{\text{теор.}} = \frac{n}{k} = \frac{580}{6} = 96,67$ (столбец 3)
III. Подсчитать разности между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду (строке) и записать их в столбец 4.	III. Столбец 4 $(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})$
IV. Возвести в квадрат полученные разности и занести их в столбец 5.	IV. Столбец 5 $(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})^2$
V. Разделить полученные квадраты разностей на теоретическую частоту и занести в столбец 6.	V. Столбец 6 $\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})^2}{f_{\text{м}}}$
VI. Просуммировать значения столбца 6. Полученную сумму обозначить как $\chi^2_{\text{эмп}}$	VI. Сумма столбца 6 равна 28,59 $\chi^2_{\text{эмп}} = 28,59$
VII. Определить число степеней свободы по формуле $v = k - 1$ где k – количество разрядов признака Если $v=1$, внести поправку на «непереносимость». Это означает, что все расчеты производим по известному алгоритму, но с одним добавлением: перед возведением в квадрат разности частот необходимо уменьшить абсолютную величину этой разности на 0,5: <ul style="list-style-type: none"> • $(f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}} - 0,5)$ – столбец 4 • $(f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}} - 0,5)^2$ – столбец 5 • $\frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}} - 0,5)^2}{f_{\text{теор}}}$ – столбец 6 Для данного числа степеней свободы v по таблице «Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы V » определяем критическое значение $\chi^2 - \chi^2_{\text{эмп}}$.	VII. Количество степеней свободы v определяем по формуле: $v = k - 1$ $v = 6 - 1 = 5$ Поправка на непереносимость не нужна. По таблице определяем критические значения χ^2 для $v = 5$ $\chi^2_{\text{кр}} = \begin{cases} 11,070 (p \leq 0,05) \\ 15,086 (p \leq 0,01) \end{cases}$
VIII. Если $\chi^2_{\text{эмп}}$ меньше критического значения $\chi^2_{\text{кр}}$, то расхождения между	VIII. $\chi^2_{\text{эмп}} = 28,59$

<p>распределениями статистически недостоверны. Если $\chi_{эмп}^2$ равно критическому значению $\chi_{кр}^2$ или превышает его, расхождения между распределениями статистически достоверны.</p>	$\chi_{кр}^2 = \begin{cases} 11,070 (p \leq 0,05) \\ 15,086 (p \leq 0,01) \end{cases}$ $\chi_{эмп}^2 > \chi_{кр}^2 (p < 0,01)$
<p>IX. Построить «ось значимости»</p> 	<p>IX. Построим «ось значимости»</p> 
<p>X. Вывод.</p>	<p>X. Распределение реакции «надежды на успех» по шести картинам методики Хекгаузена достоверно отличается от равномерного распределения ($p < 0,01$).</p>

Пример 2

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении распределения реакций «боязнь неудачи» по 6 картинам с равномерным распределением представлен в табл. 13.

Таблица 13

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении распределения реакций «боязнь неудачи» по 6 картинам с равномерным распределением

Разряды – картины методики		Частоты реакции «боязнь неудачи»		$f_{э} - f_m$	$(f_{э} - f_m)^2$	$\frac{(f_{э} - f_m)^2}{f_m}$
		$f_{эмп.}$	$f_{теор.}$			
1		2	3	4	5	6
1	«Мастер измеряет деталь»	138	86	52	2704	31,44
2	«Преподаватель и ученик»	180	86	94	8836	102,74
3	«В цехе у машины»	34	86	-52	2704	31,44
4	«У двери директора»	87	86	1	1	0,01
5	«Человек в бюро»	57	86	-29	841	9,78
6	«Улыбающийся юноша»	20	86	-66	4356	50,65
Суммы		516	516	0	19442	226,06

1. Определяем количество степеней свободы ν по формуле:

$$\nu = k - 1$$

$$\nu = 6 - 1 = 5$$

Поправка на «непереносимость» не нужна. Производить расчет критерия χ^2 необходимо по общему алгоритму.

2. Рассчитываем теоретические частоты для равномерного распределения по формуле:

$$f_{\text{теор.}} = \frac{n}{k},$$

где n – количество наблюдений – это сумма эмпирических частот реакций «боязнь неудачи», $n = 516$.

k – количество разрядов – это число стимульных картин, $k = 6$.

$$f_{\text{теор.}} = \frac{516}{6} = 86$$

3. Подсчитываем разности между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду (строке) и записываем в столбец 4.

4. Возводим в квадрат полученные разности и заносим их в столбец 5.

5. Разделить полученные квадраты разностей на теоретическую частоту и занести в столбец 6.

6. Определяем $\chi^2_{\text{эмп}}$ по сумме значений столбца 6.

7. По таблице «Критические значения критерия χ^2 » определяем критические значения χ^2 при $\nu = 5$.

$$\chi^2_{\text{кр}} = \begin{cases} 11,070 (p \leq 0,05) \\ 15,086 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

8. Построим «ось значимости»



$$\chi^2_{\text{эмп}} > \chi^2_{\text{кр}}$$

Вывод: распределение проявлений «боязнь неудачи» по шести стимульным картинам достоверно отличается от равномерного распределения ($p < 0,01$).

Пример 3

Результаты, полученные в эксперименте по заучиванию ряда из 20 чисел для 100 испытуемых предоставлены в таблице. С помощью критерия Пирсона (χ^2 – критерия) проверить гипотезу о нормальности распределения случайной величины X – количества заученных чисел.

Таблица 14

Количество заученных чисел каждым из 100 испытуемых

4	7	10	4	7	10	4	7	10	7	10	7
7	10	7	13	10	7	10	13	10	7	7	10
10	10	10	13	10	13	10	7	7	10	13	10
16	13	10	7	13	10	16	16	7	10	16	19
7	13	10	19	10	10	10	10	16	10	10	7
7	7	10	7	10	13	10	13	13	10	13	13
13	7	7	10	13	13	10	10	7	16	10	16
10	10	13	10	10	10	10	10	7	10	10	7
13	10	10	16								

Решение.

1. Превратим данные в статистический ряд (по возрастанию)

4	4	4	7	7	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	7	10	10	10	
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
10	10	13	13	13	13	13	13	13	13	
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	
16	16	16	16	16	16	16	16	16	19	19

2. Построим статистическое распределение выборки.

Статистическим распределением выборки называют перечень вариантов x_i (возможных значений случайной величины X) и соответствующих им частот f_i .

Статистическое распределение выборки имеет вид:

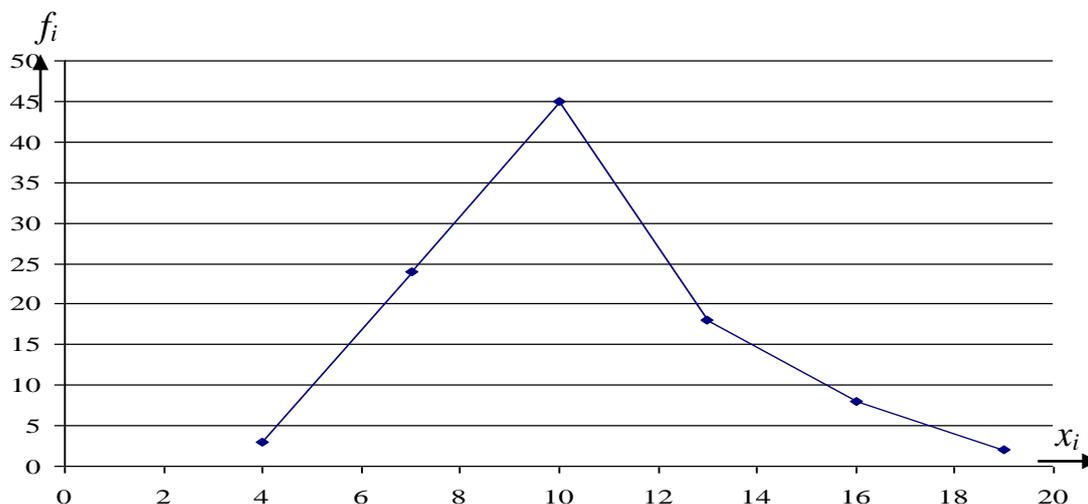
x_i	4	7	10	13	16	19
f_i	3	24	45	18	8	2

Сумма всех частот равняется объему выборки n :

$$n=3+24+45+18+8+2=100.$$

3. Построим полигон частот.

Полигоном частот называется ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами $(x_1, f_1), \dots, (x_m, f_m)$.



По виду полигона частот выдвигаем гипотезу о нормальном законе распределения.

Найдем выборочную среднюю, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Для этого составим расчетную таблицу:

Таблица 15

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
4	3	12	48
7	24	168	1176
10	45	450	4500
13	18	234	3042
16	8	128	2048
19	2	38	722
Суммы	100	1030	11536

Среднее арифметическое вычисляем по формуле:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i f_i, \quad (1)$$

где n – объем выборки,

x_i – значения случайной величины,

f_i – частоты значений случайной величины.

Имеем, $\bar{X} = \frac{1}{100} \cdot 1030 = 10,3$, где $\sum x_i f_i = 1030$ – число из последней строки расчетной таблицы.

Дисперсию обозначим через D и вычисляем по формуле

$$D(X) = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i^2 f_i - (\bar{X})^2 \quad (2)$$

Из таблицы 11, получим:

$$D(X) = \frac{1}{100} \cdot 11536 - 10,3^2 = 9,27$$

Стандартное отклонение определяем, используя формулу

$$\sigma = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D(X)}. \quad (3)$$

Для нашей задачи имеем: $\sigma = \sqrt{\frac{100}{99} \cdot 9,27} \approx 3,06$

5. Найдем выравнивающие частоты, предполагая, что распределение является нормальным.

Выравнивающие (теоретические) частоты рассчитывают по формуле:

$$f_{теор i} = \frac{nh}{\sigma} \varphi(t) \quad (4)$$

где n – количество наблюдений (объем выборки);

h – шаг, т.е. расстояние между соседними значениями X (в распределении с равноотстающими значениями x_i : $h = x_{i+1} - x_i$;

$t_i = \frac{x_i - \bar{X}}{\sigma}$ нормируемые отклонения;

$\varphi(t)$ – табличные значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ (см.

приложение – таблицу 6).

Вычисления будем производить в таблице 16 по алгоритму (см. ниже).

Таблица 16

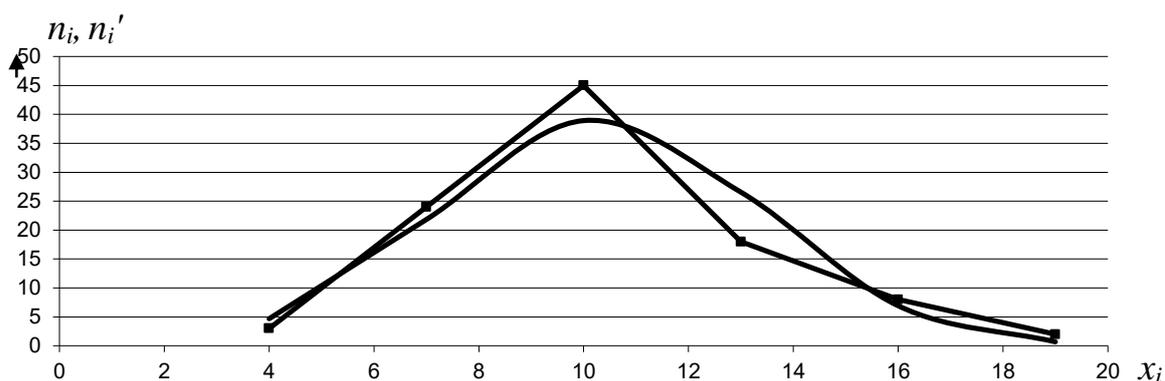
Расчет теоретических значений частот (выравнивающих частот) в предположении нормальности распределения случайной величины

1	2	3	4	5
i	x_i	t_i	$\varphi(t_i)$	$f_{теор}$
1	4	-2,06	0,0478	4,7
2	7	-1,08	0,2227	21,9
3	10	-0,10	0,397	38,9
4	13	0,88	0,2709	26,6
5	16	1,86	0,0707	6,9
6	19	2,84	0,0071	0,7
Σ				99,6

АЛГОРИТМ
расчета критерия теоретических значений частоты в
предположении нормальности распределения

Расчет $f_{теор}$	Пример
I. Занести в таблицу номера i (столбец 1), и значения вариант x_i (столбец 2) выборки	I. Таблица 3.22 (столбец 1,2)
II. Вычисляют нормируемые отклонения $t_i = \frac{x_i - \bar{X}}{\sigma}$	II. Вычисляют нормируемые отклонения $t_i = \frac{x_i - \bar{X}}{\sigma}$, где из предыдущих расчетов принимаем: $\bar{X} = 10,3$, $\sigma = 3,06$, т.е. для каждого значения x_i вычисляем $t_i = \frac{x_i - 10,3}{3,06}$ (столбец 3)
III. Определяем значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$	III. По таблице 14 приложения устанавливаем значение функции $\varphi(t)$ для каждого значения t_i (столбец 4)
IV. Выравнивающие (теоретические) частоты рассчитывают по формуле: $f_{теор i} = \frac{nh}{\sigma} \varphi(t)$, где n – количество наблюдений (объем выборки); h – шаг, т.е. расстояние между соседними значениями X (в распределении с равноотстоящими значениями x_i : $h = x_{i+1} - x_i$)	IV. Определяем шаг: $h = 7 - 4 = 3$. Учитываем, что $n=100$, $\sigma \approx 3,06$ имеем: $f_{теор i} = \frac{100 \cdot 3}{3,06} \varphi(t) = 98,04 \cdot \varphi(t)$ (столбец 5)
IV. Подсчитываем сумму теоретических частот по столбцу 5. Если гипотеза о нормальном распределении выполняется, по полученная сумма будет близка к числу наблюдений n : $\sum f_{теор i} \approx n$	Подсчитываем сумму теоретических частот по столбцу 5: $\sum f_{теор i} = 99,6 \approx 100$

Построим на полигоне частот нормальную (теоретическую) кривую.



Проверим при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу относительно нормального распределения генеральной совокупности по критерию Пирсона.

а) Составим расчетную таблицу (4) из которой найдем наблюдаемое

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}})^2}{f_{\text{теор}}} \quad (10)$$

Таблица 17

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении эмпирических и теоретических значений случайной величины X – количества заученных чисел в предположении нормальности распределения

1	2	3	4	5	6
i	$f_{\text{э}}$	$f_{\text{т}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{т}}$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}$
1	3	4,7	-1,7	2,9	0,6
2	24	21,9	2,1	4,6	0,2
3	45	38,9	6,1	36,9	0,9
4	18	26,6	-8,5	72,3	2,7
5	8	6,9	1,1	1,2	0,2
6	2	0,7	1,3	1,7	2,5
Σ	100	99,6	0,4		$\chi^2_{\text{набл}} = 7,2$

По таблице 4 получим $\chi^2_{\text{набл}} = 7,2$.

б) По таблице критических точек χ^2 , при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $\nu = m - 3 = 6 - 3 = 3$ (тут $m = 6$ – количество вариантов) находим критическое значение χ^2 критерия по таблице (табл. 3.24).

$$\chi_{кр}^2(0,05;3) = 7,8.$$

Учитывая, что $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$ – гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности принимаем. То есть, эмпирические и теоретические частоты различаются не значимо.

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении эмпирических и теоретических значений случайной величины X в предположении нормальности распределения с использованием табличного процессора MS Excel

Для упрощения подсчета числовых характеристик случайной величины, теоретических значений частот и эмпирического значения χ^2 критерия удобно использовать встроенные функции табличного процессора MS Excel категории «Статистические».

Рабочий лист решения примера 3 приводится на рисунке 1., где в рамках указаны расчетные формулы для вычисления.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Количество заученных чисел каждым из 100 испытуемых											
2	4	7	10	4	7	10	4	7	10	7	10	7
3	7	10	7	13	10	7	10	13	10	7	7	10
4	10	10	10	13	10	13	10	7	7	10	13	10
5	16	13	10	7	13	10	16	16	7	10	16	19
6	7	13	10	19	10	10	10	10	16	10	10	7
7	7	7	10	7	10	13	10	13	13	10	13	13
8	13	7	7	10	13	13	10	10	7	16	10	16
9	10	10	13	10	10	10	10	10	7	10	10	7
10	13	10	10	16								
11	Статистическое распределение выборки имеет вид:											
12	x_i	4	7	10	13	16	19	Σ				
13	f_i	3	24	45	18	8	2	100	=СУММ(B13:G13)			
14		=СЧЁТЕСЛИ(\$A\$2:\$L\$10;B12)										
15												
16	Объем выборки n=	100			=H13							
17	Шаг h= 3	=C12-B12										
18	Среднее арифметическое	$\bar{X} =$			10,3			=СРЗНАЧ(A2:L10)				
19	Стандартное отклонение	$\sigma =$			3,0600059			=СТАНДОТКЛОН(A2:L10)				
20	Расчет теоретических значений частот (выравнивающих частот) в предположении нормальности распределения случайной величины											
21												
22	1	2	3	4	5							
23	i	x_i	$f_{эмп}$	$\varphi(x_i)$	$f_{теор}$	=НОРМРАСП(B24;\$F\$18;\$F\$19;ЛОЖЬ)						
24	1	4	3	0,0157	4,7	= \$D\$16*\$B\$17*D24						
25	2	7	24	0,0729	21,9							
26	3	10	45	0,1297	38,9							
27	4	13	18	0,0883	26,5							
28	5	16	8	0,0230	6,9							
29	6	19	2	0,0023	0,7							
30	Σ				99,6							
31												
32	Расчет критерия χ^2											
33	i	f_s	f_m	$f_s - f_m$	$(f_s - f_m)^2$	$\frac{(f_s - f_m)^2}{f_m}$						
34	1	3	4,7	-1,7	2,9	0,6						
35	2	24	21,9	2,1	4,6	0,2						
36	3	45	38,9	6,1	36,9	0,9						
37	4	18	26,5	-8,5	72,3	2,7						
38	5	8	6,9	1,1	1,2	0,2						
39	6	2	0,7	1,3	1,7	2,5						
40	Σ	100				$\chi_{набл}^2 =$	7,2					
41												

Рис.1. Рабочий лист решения примера 3

- Здесь для подсчета частоты, соответствующей варианту $x_i=4$ установим курсор в ячейку **B13**, воспользуемся функцией **СЧЁТЕСЛИ**, в окне которой укажем диапазон **\$A\$2:\$L\$10**, а в строке Условие – ссылку на ячейку, содержащую рассматриваемую варианту – **B12** (рис 2). Нажав **ОК**, получим в ячейке **B18** значение равное 3. Скопируем формулу методом «растягивания» на ячейки **C13:G13**.

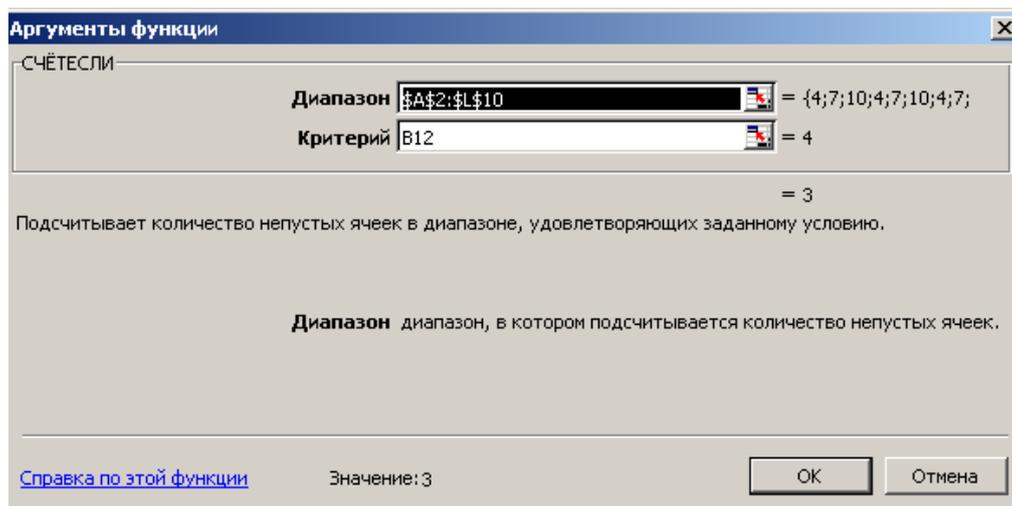


Рис 2. Диалоговое окно функции СЧЕТЕСЛИ

- Найдем среднюю арифметическую \bar{X} , и стандартное отклонение σ . Для этого используем статистические функции, соответственно: **СРЗНАЧ**, **СТАНДОТКЛОН** (рис. 3, 4)

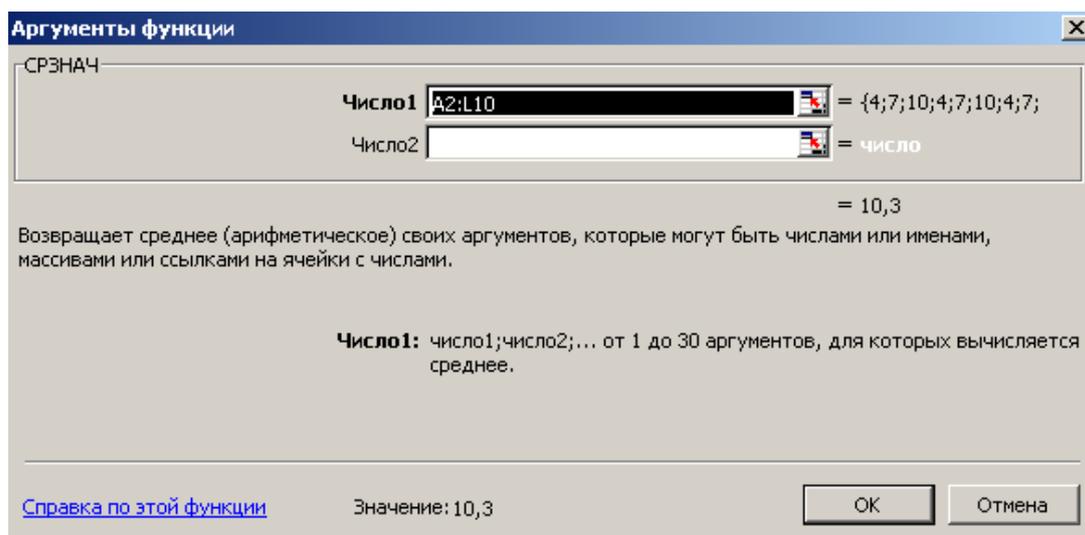


Рис 3. Диалоговое окно функции СРЗНАЧ

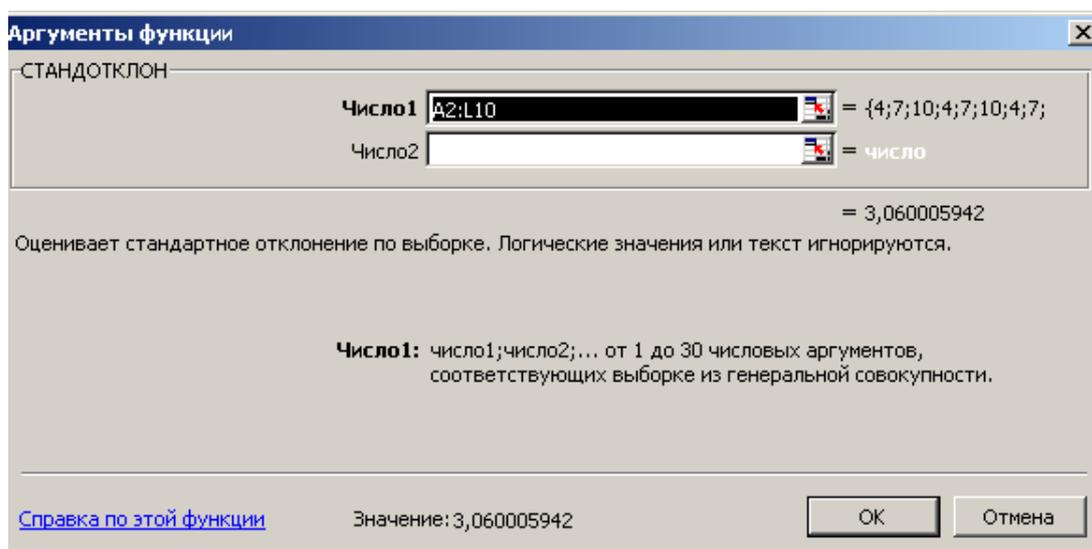


Рис 4. Диалоговое окно функции СТАНДОТКЛОН

Для расчета теоретических значений частот (выравнивающих частот) в предположении нормальности распределения случайной величины строим расчетную таблицу, в которую копируем столбцы x_i и $f_{эмп}$. Для этого выделяем соответствующие строки A12:G13 статистического распределения выборки, устанавливаем курсор в ячейку B23 и выполняем команду: ПРАВКА/Специальная вставка..., ставим «галочку» в окошке опции Транспонировать, нажимаем ОК. При этом скопированные данные из горизонтального массива преобразуются в вертикальный.

Для подсчета значений нормальной функции распределения в MS Excel нет необходимости предварительно рассчитывать нормируемые отклонения t_i , встроенная статистическая функция НОРМРАСП делает это автоматически.

Устанавливаем курсор в ячейку D24, вызываем диалоговое окно функции НОРМРАСП из категории «Статистические», ссылаемся на первое значение X в ячейке B24, среднее арифметическое F18 и стандартное отклонение F19 (для создания абсолютной ссылки нажимаем функциональную клавишу F4), в последнем поле в печатаем слово «ЛОЖЬ». Нажимаем ОК. Затем протягиваем формулу на ячейки D25:D29.

Подсчитываем теоретические значения частот по формуле $f_{теори} = \frac{nh}{\sigma} \varphi(t)$, при этом считаем, что аргументы нормированны, т.е. $\sigma=1$, значит ссылаться на σ не нужно. В ячейке E24 вводим формулу $=\$D\$16*\$B\$17*D24$. Затем протягиваем ее на весь столбец.

С помощью кнопки Σ суммирует данные последнего столбика и убеждаемся, что полученная сумма близка к объему выборки, т.е., к 100.

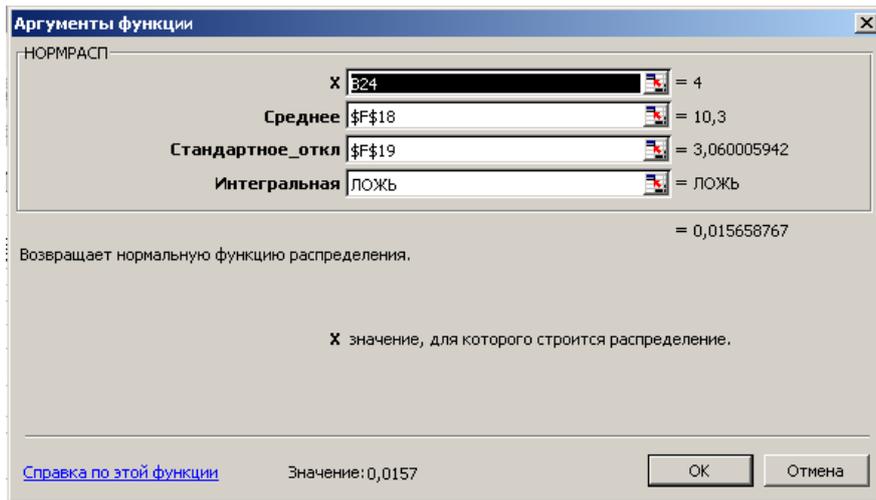


Рис 5. Диалоговое окно функции *НОРМРАСП*

Следующую таблицу просчитываем с помощью элементарных формул.

Таблица 3.6

Значения функции

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

4	5	6	7	8	9
3986	3984	3982	3980	3977	3973
3951	3945	3939	3932	3925	3918
3876	3867	3857	3847	3836	3825
3765	3752	3739	3726	3712	3697
3621	3605	3589	3572	3555	3538
3448	3429	3410	3391	3372	3352
3251	3230	3209	3187	3166	3144
3034	3011	2989	2966	2943	2920
2803	2780	2756	2732	2709	2685
2565	2541	2516	2492	2468	2444
2323	2299	2275	2251	2227	2203
2083	2059	2036	2012	1989	1965
1849	1826	1804	1781	1758	1736
1626	1604	1582	1561	1539	1518
1415	1394	1374	1354	1334	1315
1219	1200	1182	1163	1145	1127
1040	1023	1006	0989	0973	0957
0878	0863	0848	0833	0818	0804
0734	0721	0707	0694	0681	0669
0608	0596	0584	0573	0562	0551
0498	0488	0478	0468	0459	0449
0404	0396	0387	0379	0371	0363
0325	0317	0310	0303	0297	0290
0258	0252	0246	0241	0235	0229
0203	0198	0194	0189	0184	0180
0158	0154	0151	0147	0143	0139
0122	0119	0116	0113	0110	0107
0093	0091	0088	0086	0084	0081
0071	0069	0067	0065	0063	0061
0053	0051	0050	0048	0047	0046
0039	0038	0037	0036	0035	0034
0029	0028	0027	0026	0025	0025
0021	0020	0020	0019	0018	0018
0015	0015	0014	0014	0013	0013
0011	0010	0010	0010	0009	0009
0008	0007	0007	0007	0007	0006
0005	0005	0005	0005	0005	0004
0004	0004	0003	0003	0003	0003
0003	0002	0002	0002	0002	0002
0002	0002	0002	0002	0001	0001

3.3.3. χ^2 – критерий Пирсона для сопоставления двух эмпирических распределений психологических признаков

Пример 1.

Вопрос 2. Можно ли считать стимульный набор методики Хекгаузена неуравновешенным по направлению воздействия?

Сформулируем задачи для решения данного вопроса.

Задача 1: Выявить различия в распределении реакции «надежды на успех» и «боязнь неудач».

Условия решения задачи: Сопоставить между собой два эмпирических распределения реакций «надежды на успех» и «боязнь неудачи». Это позволит проверить различия в распределении эмпирических частот реакций «надежды на успех» и «боязнь неудачи» между собой по шести стимульным картинам.

Метод математической обработки: χ^2 – критерий Пирсона.

Для выполнения поставленной задачи составим две таблицы.

Таблица 18

Эмпирические и теоретические частоты распределения реакций «надежды на успех» и «боязнь неудачи»

Разряды - картины		Эмпирические частоты				Суммы	Теоретические частоты распределений				Суммы
		Реакций «надежда на успех»		Реакций «боязнь неудачи»			Реакций «надежда на успех»		Реакций «боязнь неудачи»		
1	«Мастер измеряет деталь»	106	А	138	Б	244	129,1	А	114,9	Б	244
2	«Преподаватель и ученик»	102	В	180	Г	282	149,2	В	132,8	Г	282
3	«В цехе у машины»	108	Д	34	Е	142	75,1	Д	66,9	Е	142
4	«У двери директора»	50	Ж	87	З	137	72,5	Ж	64,5	З	137
5	«Человек в бюро»	99	И	57	К	156	82,6	И	73,4	К	156
6	«Улыбающийся юноша»	115	Л	20	М	135	71,4	Л	63,6	М	135
Суммы		580		516		1096	580		516		1096

Расчет теоретических частот производим по формуле:

$$f_{\text{теор.}} = \left(\begin{array}{c} \text{Сумма частот} \\ \text{по соответствующей строке} \end{array} \right) * \left(\begin{array}{c} \text{Сумма частот} \\ \text{по соответствующему столбцу} \\ \hline \text{Общая сумма по столбцу (количество наблюдений)} \end{array} \right)$$

Пример подсчета:

$$f_{A_{\text{теор.}}} = 244 * \frac{580}{1096} = 129,1$$

$$f_{B_{\text{теор.}}} = 282 * \frac{580}{1096} = 149,2$$

и т.д. (см. таблицу расчета теоретических частот распределения реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи»).

Подсчитываем общую сумму теоретических частот (количество наблюдений) реакций «надежды на успех» и «боязнь неудачи» по строкам и столбцам. Они должны совпадать: 1096 = 1096.

Сумма всех теоретических частот должна совпасть с суммой всех эмпирических частот как по строкам, так и столбцам: 1096 = 1096.

Определяем число степеней свободы по формуле:

$$v = (k - 1) * (c - 1)$$

$$v = (6 - 1) * (2 - 1) = 5$$

Поправка на переносимость не нужна. Расчеты критерия χ^2 производим по алгоритму.

Результаты всех операций расчета критерия χ^2 по алгоритму представлены в табл. 19.

Таблица 19

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении эмпирических распределений реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи» (по алгоритму)

Ячейки таблицы эмпирических частот		Эмпирическая частота $f_{\text{э}}$	Теоретическая частота $f_{\text{м}}$	$f_{\text{э}} - f_{\text{м}}$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{м}})^2}{f_{\text{м}}}$
1	А	106	129,1	-23,1	533,61	4,13
2	Б	138	114,9	23,1	533,61	4,64
3	В	102	149,2	-47,2	2227,84	14,93
4	Г	180	132,8	47,2	2227,84	16,78
5	Д	108	75,1	32,9	1082,41	14,41
6	Е	34	66,9	-32,9	1082,41	16,18
7	Ж	50	72,5	-22,5	506,25	6,98
8	З	87	64,5	22,5	506,25	7,85
9	И	99	82,6	16,4	268,96	3,26
10	К	57	73,4	-16,4	268,96	3,66
11	Л	115	71,4	43,6	1900,96	26,62
12	М	20	63,6	-43,6	1900,96	29,89
Суммы		1096	1096	0		149,33

АЛГОРИТМ

расчета критерия χ^2 при сопоставлении двух эмпирических распределений реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи»

1. Заполняем ячейки таблицы эмпирических и теоретических частот (А, Б, В, Г, Д и т.д.)
2. Подсчитываем по соответствующему столбцу сумму эмпирических и теоретических частот: $\sum \varepsilon = \sum_{\text{теор}}$; $\sum \varepsilon 1096 = \sum_{\text{теор}} 1096$.
3. Подсчитываем разности между эмпирической и теоретической частотой по каждой строке и записываем их в столбец $(f_{\varepsilon} - f_m)$. Сумма разности $(f_{\varepsilon} - f_m)$ равна 0.
4. Возводим в квадрат полученные разности и заносим в соответствующий столбец $(f_{\varepsilon} - f_m)^2$.
5. Разделяем полученные квадраты разностей на теоретическую частоту $\frac{(f_{\varepsilon} - f_m)^2}{f_m}$ и заносим в соответствующий столбец.
6. Просуммируем значения столбца $\frac{(f_{\varepsilon} - f_m)^2}{f_m}$: $\sum = 149,33$
7. По таблице определим критические значения – $\chi_{кр}^2$ для $\nu = 5$.
8. Сопоставляем $\chi_{эмт}^2$ с $\chi_{кр}^2$ и делаем выводы.

$$\chi_{эмт}^2 = 149,33$$

$$\chi_{кр}^2 \text{ при } \nu = 5: \quad \chi_{кр}^2 = \begin{cases} 11,070 (p \leq 0,05) \\ 15,086 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

$$\chi_{эмт}^2 > \chi_{кр}^2 : 149,33 > 15,086 \quad (p < 0,01)$$

Построим «ось значимости»:



Вывод: различия между двумя распределениями реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи» по шести стимульным картинкам методики Хекгаузена являются достоверными ($p < 0,01$).

Пример 2.

Используя критерий χ^2 можно также выяснить, совпадают ли распределения реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи» по каждой картине.

Задача: Выявить различия в реакциях двух видов «надежда на успех» и «боязнь неудачи» в ответ на картину №1 «Мастер измеряет деталь» (№2, №3 ... №6).

Условие решения задачи: Сопоставление двух эмпирических распределений реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи».

Метод математической обработки: χ^2 – критерий Пирсона

Для расчета критерия χ^2 нам необходимо сопоставить два эмпирических распределения реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи» в ответ на картину №1 «Мастер измеряет деталь» с теоретическим распределением – равномерным (табл. 3.27).

Таблица 20

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении двух эмпирических распределений реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи» в ответ на картину №1 «Мастер измеряет деталь»

Разряд – картина №1	Вид реакции	Эмпирическая частота $f_{\text{э}}$	Теоретическая частота f_m	$f_{\text{э}} - f_m$	$f_{\text{э}} - f_m - 0,5$	$(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2}{f_m}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1. «Мастер измеряет деталь»	«Надежда на успех»	106	122	-16	15,5	240,25	1,97
	«Боязнь неудачи»	138	122	+16	15,5	240,25	1,97
Суммы		244	244	0			3,94

Расчет критерия χ^2 по алгоритму

I. Подсчитаем теоретические частоты для картины «Мастер измеряет деталь» по формуле:

$$f_{\text{теор.}} = \frac{n}{k}$$

где n – общее количество реакция (сумма эмпирических частот) на данную картину

k – количество разрядов признака, в данном случае это количество видов реакций ($k = 2$)

$$f_{\text{теор.}} = \frac{244}{2} = 122$$

II. Для определения $\chi_{\text{эмп}}^2$:

1. Подсчитываем число степеней свободы по формуле:

$$v = k - 1$$

$$v = 2 - 1 = 1$$

$$v = 1$$

2. Так как $\nu = 1$, то необходимо величину разности частот $(f_{\text{э}} - f_m)$ (столбец 5) уменьшить на 0,5 - $(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)$ - (столбец 6).

3. Возводим в квадрат полученные разности $(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2$ по каждому виду реакций (столбец 7). Они равны: $240,25 = 240,25$.

4. Разделяем полученные квадраты разностей $(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2$ на теоретическую частоту f_m и получаем данные по каждому виду реакций:

$$\text{a. «надежда на успех»} = \frac{(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2}{f_m} = \frac{240,25}{122} = 1,97$$

$$\text{b. «боязнь неудачи»} = \frac{(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2}{f_m} = \frac{240,25}{122} = 1,97$$

(столбец 8)

5. Определяем $\chi_{\text{эмт}}^2$ как сумму $\frac{(f_{\text{э}} - f_m - 0,5)^2}{f_m}$:

$$\chi_{\text{эмт}(i)}^2 = 1,97 + 1,97 = 3,94$$

6. По таблице «Критические значения критерия χ^2 » определяем критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при числе степеней свободы - $\nu = 1$:

$$\chi_{\text{кр}}^2 = \begin{cases} 3,841 (p \leq 0,05) \\ 6,635 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

Сопоставляем $\chi_{\text{эмт}}^2$ с $\chi_{\text{кр}}^2$:

$$\chi_{\text{эмт}(i)}^2 > \chi_{\text{кр}}^2 : 3,94 > 3,84 (p < 0,05)$$

Вывод: Различия между двумя распределениями реакций «надежда на успех» и «боязнь неудачи» в ответ на картину №1 «Мастер измеряет деталь» являются статистически достоверными ($p < 0,05$).

Критерий χ^2 – критерий Пирсона может быть использован при сопоставлении распределений реакций «надежды на успех» и «боязнь неудачи» по каждой из шести стимульных картин методики Х. Хекгаузена. Расчет критерия χ^2 **проводится по аналогичному алгоритму.**

3.3.4. Расчет критерия χ^2 при укрупнении разрядов психологического признака, который варьирует в широком диапазоне значений

Одно из ограничений критерия χ^2 состоит в том, что теоретически на каждый разряд должно приходиться не менее 5 наблюдений: $f_{\text{теор.}} \geq 5$. Это не означает, что в каждом разряде реально должно быть 5 наблюдений; это означает, что теоретически на каждый разряд их приходится по 5.

Для укрупнения разрядов признака, который варьирует в широком диапазоне значений, необходимо определить минимальную теоретическую частоту по формуле:

$$f_{\text{теор.миним}} = 5 \frac{(\text{минимальная сумма эмпирических частот по соответствующей строке})}{(\text{общее количество наблюдений} - \text{общая сумма эмпирических частот})}$$

Если $f_{\text{теор.миним}} < 5$, то необходимо рассчитать минимальную эмпирическую сумму по строке по формуле:

$$\text{Минимальная эмпирическая сумма по строке} = \frac{5 * (\text{общее количество наблюдений} - \text{общая сумма эмпирических частот})}{\text{Минимальная сумма эмпирических частот по столбцу}}$$

Затем объединяют в один разряд эмпирические частоты по строкам, превышающим минимальную эмпирическую сумму по строке и все дальнейшие расчеты критерия χ^2 проводим по алгоритму.

Рассмотрим расчет критерия χ^2 при укрупнении разрядов признака, который варьирует в широком диапазоне значений на конкретном примере.

Пример.

Тест Мюнстерберга направлен на определение избирательности и концентрации внимания. Оценивается количество выделенных слов и количество ошибок (пропущенные и неправильно выделенные слова). В тексте содержится 25 слов: солнце, район, новость, факт, экзамен и т.д. Задача испытуемого в течение 2 минут отыскать слова и подчеркнуть. По данной методике обследовано 2 группы испытуемых: первая (n_1) = 156 человек, вторая (n_2) = 85 человек [13, 137].

Эмпирические частоты пропуска слов в тесте Мюнстерберга в двух выборках испытуемых представлены в табл. 21.

Таблица 21

Эмпирические частоты пропуска слов в тесте Мюнстерберга в двух группах испытуемых: $n_1 = 156$, $n_2 = 85$

Разряды – пропуск слов		Эмпирические частоты пропуска слов		Суммы
		Первая группа (n_1) = 156	Вторая группа (n_2) = 85	
I	0	93	22	115
II	1	27	20	47
III	2	11	16	27
IV	3	15	4	19
V	4	5	3	8
VI	5	3	11	14

VII	6	2	3	5
VIII	7	0	3	3
IX	8	0	2	2
X	9	0	1	1
Суммы		156	85	241

Задача: Совпадают ли распределения количества ошибок (пропусков слов), варьирующих в широком диапазоне в двух группах испытуемых.

Условие: Сопоставление двух эмпирических распределений пропуска слов.

Метод математической обработки – χ^2 (укрупнение разрядов признака, так как пропуски слов варьируются в широком диапазоне).

Для укрупнения разрядов – пропуск слов – произведем следующие расчеты (табл. 3.28).

1. Определим минимальную теоретическую частоту по формуле:

$$f_{\text{теор.миним}} = 5 \frac{\text{(минимальная сумма эмпирических частот по соответствующей строке)}}{\text{(общее количество наблюдений – общая сумма эмпирических частот)}}$$

$$f_{\text{теор.мин.}} = 5 * \frac{85}{241} = 1,76$$

Полученная теоретическая минимальная частота меньше 5 ($f_{\text{теор.мин.}} < 5$)

2. Для того чтобы решить, какие разряды (пропуск слов) следует укрупнить, ($f_{\text{теор.}} \text{ должна быть } \geq 5$) необходимо рассчитать минимальную эмпирическую сумму по строке по формуле:

$$\text{Минимальная эмпирическая сумма по строке} = \frac{(f_{\text{теор. мин.}}) * (\text{общее кол-во наблюдений – общая сумма эмпирич. частот})}{\text{Минимальная сумма эмпирических частот по столбцу}}$$

$$\text{Минимальная эмпирическая сумма по строке} = \frac{5 * 241}{85} = 14,17$$

3. Минимальную эмпирическую сумму (< 14,17) по строке имеют разряды под N – 5, 6, 7, 8, 9, 10 (табл. 13).

4. Объединяем в один разряд эмпирические частоты по строкам, превышающим минимальную эмпирическую сумму по строке (> 14,17) – (табл. 22).

Таблица 22

Эмпирические частоты пропуска слов по укрупнению разрядов в двух группах испытуемых

Разряды – пропуск слов	Эмпирические частоты пропуска слов			Суммы
	группа (n ₁) = 156	группа (n ₂) = 85		
1 0	93	А	22 Б	115

2	1	27	В	20	Г	47
3	2	11	Д	16	Е	27
4	3-4	20	Ж	7	З	27
5	5-9	5	И	20	К	25
Суммы		156		85		241

Определяем количество степеней свободы ν по формуле:

$$\nu = (k - 1) * (c - 1),$$

где k – количество строк (разрядов)

c – количество столбцов (выборок)

$$\nu = (5 - 1) * (2 - 1) = 4 * 1 = 4$$

$$\nu = 4$$

Поправка на непереносимость не требуется.

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении двух эмпирических распределений пропусков слов в тесте Мюнстерберга по укрупненным разрядам в двух группах испытуемых ($n_1 = 156$; $n_2 = 85$) проводим по алгоритму.

Таблица 23

Расчет критерия χ^2 при сопоставлении двух эмпирических распределений пропусков слов в тесте Мюнстерберга по укрупненным разрядам в двух группах испытуемых ($n_1 = 156$; $n_2 = 85$) по алгоритму

Ячейки таблицы частот	Эмпирическая частота $f_{\text{э}}$	Теоретическая частота $f_{\text{т}}$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})$	$(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2$	$\frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}$
А	93	74,44	18,56	344,47	4,63
Б	22	46,56	-18,56	344,47	8,49
В	27	30,41	-3,41	11,63	0,38
Г	20	16,59	3,41	11,63	0,70
Д	11	17,47	-6,47	41,86	2,40
Е	16	9,53	6,47	41,86	4,40
Ж	20	17,47	2,53	6,401	0,37
З	7	9,53	-2,53	6,401	0,67
И	5	16,18	-11,18	124,99	7,72
К	20	8,82	11,18	124,99	14,17
Суммы	241	241	0,00		43,95

$$\chi_{\text{эмп}}^2 = 43,95$$

По таблице «Критические значения критерия χ^2 » определяем критические значения критерия χ^2 при числе степеней свободы – $\nu = 4$:

$$\chi_{\text{кр}(4)}^2 = \begin{cases} 9,488 (p \leq 0,05) \\ 13,277 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

$$\chi_{\text{эмп}}^2 > \chi_{\text{кр}(4)}^2 : 43,95 > 13,277 (p < 0,01)$$

Вывод: Распределения пропусков слов, варьирующих в широком диапазоне, в двух группах статистически достоверно различаются между собой ($p < 0,01$).

Таблица 3.7

Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы ν (по Большеву Л.Н. Смирнову Н.В.)

p			p			p		
V	0,05	0,01	V	0,05	0,01	V	0,05	0,01
1	3,841	6,635	35	49,802	57,342	69	89,391	99,227
2	5,991	9,210	36	50,998	58,619	70	90,631	100,425
3	7,815	11,345	37	52,192	59,892	71	91,670	101,621
4	9,488	13,277	38	53,384	61,162	72	92,808	102,816
5	11,070	15,086	39	54,572	62,428	73	93,945	104,010
6	12,592	16,812	40	55,758	63,691	74	95,081	105,202
7	14,067	18,475	41	56,942	64,950	75	96,217	106,393
8	15,507	20,090	42	58,124	66,206	76	97,351	107,582
9	16,919	21,666	43	59,304	67,459	77	98,484	108,771
10	18,307	23,209	44	60,481	68,709	78	99,617	109,958
11	19,675	24,725	45	61,656	69,957	79	100,749	111,144
12	21,026	26,217	46	62,830	71,201	80	101,879	112,329
13	22,362	27,688	47	64,001	72,443	81	103,010	113,512
14	23,685	29,141	48	65,171	73,683	82	104,139	114,695
15	24,996	30,578	49	66,339	74,919	83	105,267	115,876
16	26,296	32,000	50	67,505	76,154	84	106,395	117,057
17	27,587	33,409	51	68,669	77,386	85	107,522	118,236
18	28,869	34,805	52	69,832	78,616	86	108,648	119,414
19	30,144	36,191	53	70,993	79,843	87	109,773	120,591
20	31,410	37,566	54	72,153	81,069	88	110,898	121,767
21	32,671	38,932	55	73,311	82,292	89	112,022	122,942
22	33,924	40,289	56	74,468	83,513	90	113,145	124,116
23	35,172	41,638	57	75,624	84,733	91	114,268	125,289
24	36,415	42,980	58	76,778	85,950	92	115,390	126,462
25	37,652	44,314	59	77,931	87,166	93	116,511	127,633
26	38,885	45,642	60	79,082	88,379	94	117,632	128,803
27	40,113	46,963	61	80,232	89,591	95	118,752	129,973
28	41,337	48,278	62	81,381	90,802	96	119,871	131,141
29	42,557	49,588	63	82,529	92,010	97	120,990	132,309
30	43,773	50,892	64	83,675	93,217	98	122,108	133,476
31	44,985	52,191	65	84,821	94,422	99	123,225	134,642
32	46,194	53,486	66	85,965	95,626	100	124,342	135,807
33	47,400	54,776	67	87,108	96,828			
34	48,602	56,061	68	88,250	98,028			

3.4. Математические методы для выявления степени согласованности изменений психологических признаков

3.4.1. Коэффициент ранговой корреляции r_s Спирмена

Метод ранговой корреляции Спирмена позволяет определить степень (силу или тесноту) корреляционной связи (корреляционной зависимости) по величине коэффициента корреляции и направление корреляционной связи (положительная «прямая» и отрицательная «обратная») между **двумя признаками или двумя профилями (иерархиями) признаков** [27, 208-224].

Корреляционная связь – это согласованное изменение двух признаков или большого количества признаков (множественная корреляционная связь), которое показывает, что изменчивость одного признака находится в некотором соответствии с изменчивостью другого.

Коэффициент ранговой корреляции рекомендуется применять в трех случаях, когда необходимо проверить, согласованно ли изменяются разные признаки у одного и того же испытуемого и насколько совпадают индивидуальные ранговые показатели у двух испытуемых, у двух групп или у испытуемого и группы.

Максимально возможное абсолютное значение коэффициента корреляции $r_s = 1,00$; минимальное $r_s = 0$.

Классификации корреляционных связей

Используются две системы классификации корреляционных связей по их силе: общая и частная.

Общая классификация корреляционных связей:

сильная или тесная	при коэффициенте корреляции $ r > 0,70$
средняя	при $0,50 < r < 0,69$
умеренная	при $0,30 < r < 0,49$
слабая	при $0,20 < r < 0,29$
очень слабая	при $ r < 0,19$

Частная классификация корреляционных связей:

высокая значимая корреляция	при r , соответствующем уровню статистической значимости $p \leq 0,01$
значимая корреляция	при r , соответствующем уровню статистической значимости $p \leq 0,05$
тенденция достоверной связи	при r , соответствующем уровню статистической значимости $p \leq 0,10$
незначимая корреляция	при r , не достигающем уровня статистической значимости

Первая классификация позволяет определить величину коэффициента корреляции, вторая – уровень значимости данной величины коэффициента корреляции при данном объеме выборки.

На величину коэффициента корреляции влияет объем выборки: чем больше объем выборки, тем меньшей величины корреляции оказывается достаточно, чтобы корреляция была признана достоверной (и наоборот).

Корреляционная связь на основе расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s и направление корреляционной связи используются при сопоставлении:

- Двух признаков, количественно измеренных в одной и той же группе (выборке) испытуемых (по одной или двум методикам).
- Значимость рангового коэффициента корреляции определяется по количеству ранжированных значений N . В данном случае $N=n$, т.е. количество ранжированных значений N будет совпадать с объемом выборки (группы).
- Двух индивидуальных иерархий признаков, выявленных у двух испытуемых по одному и тому же набору признаков (одной методике), например, иерархия ценностей по методике Р. Рокича.
- Двух групповых иерархий признаков, полученных по одной и той же методике.
- Индивидуальной и групповой иерархии признаков, полученных по одной и той же методике.

Во втором, третьем и четвертом случаях значимость рангового коэффициента корреляции r_s Спирмена определяется по количеству ранжированных значений N , где N – это количество признаков, участвующих в ранжировании, а не количество испытуемых в группах.

Если абсолютная величина r_s достигает критического значения или превышает его – корреляция достоверна:

$r_{сэмпл.} \geq r_{скр.}$ – корреляция достоверно отличается от 0. **Связь достоверна, если $r_{сэмпл.} \geq r_{скр. 0,05}$ и тем более достоверна, если $r_{сэмпл.} \geq r_{скр. 0,01}$.**

Рассмотрим расчет коэффициента ранговой корреляции r_s Спирмена на конкретных примерах.

3.4.2. Корреляция между двумя психологическими признаками

Пример 1.

Задача – выявление степени согласованности изменений

Условия – 1 выборка испытуемых (n=20)

Методики – 2:

1. Личностная шкала проявления тревоги (Дж. Тейлор)
2. Опросник «PEN» (Ганс и Сибилла Айзенк)

По первой методике был определен уровень тревоги у каждого испытуемого, по второй – оценены такие психические свойства личности: экстраверсия-интроверсия, нейротизм, психотизм, искренность.

Весь исходный эмпирический материал был табулирован (представлен в сводных таблицах).

Далее предполагается установить наличие связанных (согласованных) изменений (корреляцию) между уровнем тревоги и уровнем нейротизма.

Для этого оценим результаты уровня тревоги и уровня нейротизма по сводным таблицам (табл. 1, 2).

Таблица 1

Оценка уровня тревоги (в баллах) по методике «Личностная шкала проявления тревоги» в группе испытуемых (n=20), (в %)

Баллы	Уровень тревоги	n	%
1. 40-50	очень высокий	5	25
2. 25-40	высокий	5	25
3. 15-25	средний (с тенденцией к низкому)	5	25
4. 0-5	низкий	5	25

Таблица 2

Оценка уровня нейротизма (в баллах) по опроснику «PEN» в группе испытуемых (n=20), (в %)

Баллы	Уровень нейротизма	n	%
1. 17-26	высокий	10	50
2. 8-16	средний	5	25
3. 0-7	низкий	5	25

Анализ результатов полученных данных свидетельствует о преобладании у испытуемых данной группы высокого уровня тревоги (50%) и высокого уровня нейротизма (50%).

Выбор метода математической обработки

По таблице «Классификация задач и методов их решения» определяем:

Условие: два признака:

- высокий уровень тревоги;
- высокий уровень нейротизма.

Задача: выявить степень согласованности изменений.

Метод математической обработки: r_s – коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

Индивидуальные значения признаков «высокий уровень тревоги» и «высокий уровень нейротизма» (в баллах) для расчета d^2 рангового коэффициента корреляции Спирмена r_s ($n=10$) представлены в табл. 3.

Таблица 3

Индивидуальные значения признаков «высокий уровень тревоги» и «высокий уровень нейротизма» (в баллах) для расчета d^2 рангового коэффициента корреляции Спирмена r_s ($n=10$)

Испытуемый		Высокий уровень тревоги		Высокий уровень нейротизма		d (Ранг ₁ -Ранг ₂)	d ²
		Индивидуальные значения	Ранг ₁	Индивидуальные значения	Ранг ₂		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	У.С.	28	1	18	2	-1	1
2	Д.К.	45	8	23	7	1	1
3	В.Р.	43	6	24	8	-2	4
4	Г.С.	44	7	25	9	-2	4
5	Д.М.	46	9	22	6	3	9
6	И.Л.	50	10	26	10	0	0
7	К.П.	30	2	17	1	1	1
8	Л.Т.	35	3	20	4	-1	1
9	М.Н.	38	5	19	3	2	4
10	Н.Х.	36	4	21	5	-1	1
Суммы (Σ)			55		55	0	26

АЛГОРИТМ

расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s

Расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s	Пример
I. Определить, какие два признака, измеренные по 2	I. 1 выборка испытуемых – $n=20$

<p>разным методикам в одной и той же группе будут участвовать в сопоставлении как переменные А и В.</p>	<p>2 методики: Личностная шкала проявления тревоги (Дж. Тейлор, 1953) Опросник «PEN» (Ганс и Сибилла Айзенк) 2 признака: <ul style="list-style-type: none"> • высокий уровень тревоги; • высокий уровень нейротизма. </p>
<p>II. 2.1. Составить таблицу индивидуальных количественных значений ранжируемых признаков и расчета d^2 для рангового коэффициента корреляции Спирмена r_s. 2.2. При ранжировании начисляется ранг 1 наименьшему значению в соответствии с правилами ранжирования. Занести ранги в столбец Ранг_А и столбец Ранг_В. 2.3. Подсчитать сумму рангов по двум ранжируемым признакам как переменные А и В $\sum \text{ранг}_A = \sum \text{ранг}_B$</p>	<p>II. 2.1. Таблица 3 Столбец таблицы 3 Столбец таблицы 5 2.2. Таблица 3 Столбец таблицы 4 Столбец таблицы 6 $\sum \text{рангов}_1 = \sum \text{рангов}_2$$55 = 55$</p>
<p>III. Подсчитать разности d между рангами А и В по каждой строке таблицы и занести в столбец таблицы d (ранг_А - ранг_В)</p>	<p>III. Таблица 3 Столбец 7 – d (Ранг₁ - Ранг₂)</p>
<p>IV. Возвести каждую разность в квадрат: d^2 Подсчитать сумму квадратов $\sum d^2$</p>	<p>IV. Таблица 3 Столбец 8 $\sum d^2 = 26$</p>
<p>V. При наличии одинаковых рангов рассчитать поправки: $T_a = \sum (a^3 - a) / 12$ $T_b = \sum (b^3 - b) / 12$ где: а – объем каждой группы одинаковых рангов в ранговом ряду А; b – объем каждой группы</p>	<p>V. Одинаковые ранги отсутствуют. Рассчитывать поправки нет необходимости.</p>

<p>одинаковых рангов в ранговом ряду В.</p>	
<p>VI. Рассчитать ранговый коэффициент корреляции Спирмена r_s по формуле: 6.1. при отсутствии одинаковых рангов: $r_s = 1 - 6 * \frac{\sum d^2}{N * (N^2 - 1)}$ 6.2. при наличии одинаковых рангов: $r_s = 1 - 6 * \frac{\sum d^2 + T_a + T_b}{N * (N^2 - 1)}$ где: $\sum d^2$ – сумма квадратов разности между рангами; T_a и T_b – поправки на одинаковые ранги; N – количество испытуемых, участвующих в ранжировании. 6.3. Коэффициент ранговой корреляции r_s – это эмпирическое значение r_s.</p>	<p>VI. Рассчитываем коэффициент ранговой корреляции r_s по формуле: $r_s = 1 - 6 * \frac{\sum d^2}{N * (N^2 - 1)}$ $r_s = 1 - \frac{6 * 26}{10 * (100 - 1)} = 1 - \frac{6 * 26}{10 * 99} =$ $= 1 - \frac{156}{990} = 1 - 0,158 = 0,842$ $r_{сэмп.} = + 0,842$</p>
<p>VII. По таблице «Критические значения выборочного коэффициента корреляции рангов (по В.Ю. Урбаху)» определяем критические значения $r_{скр.}$ для данного N – количества испытуемых, участвовавших в ранжировании.</p>	<p>VII. В ранжировании участвовали 10 испытуемых. $N = 10$ $r_{скр.} \text{ при } N = 10$</p>
<p>VIII. Если $r_{сэмп.}$ превышает $r_{скр.}$ или, по крайней мере, равен ему, корреляция достоверно отличается от нуля (0). Связь достоверная, если $r_{сэмп.} \geq r_{скр. 0,05}$ и тем более достоверная, если $r_{сэмп.} \geq r_{скр. 0,01}$.</p>	<p>VII. $r_{сэмп.} > r_{скр.}$ $0,842 > 0,640 (p < 0,05)$ $0,842 > 0,790 (p < 0,01)$ Корреляция между высоким уровнем тревоги и высоким уровнем нейротизма в группе испытуемых статистически значима ($p < 0,01$) и является положительной (+).</p>

Расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s с использованием табличного процессора MS Excel приведен на рис. 3.4.1.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
1	Расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s							
2			Высокий уровень тревоги		Высокий уровень нейротизма		d (Ранг ₁ - Ранг ₂)	d ²
3	Испытуемый		Индивидуальные значения	Ранг ₁	Индивидуальные значения	Ранг ₂		
4	1	2	3	4	5	6	7	8
5	1	У.С.	28	1	18	2	-1	1
6	2	Д.К.	45	8	23	7	1	1
7	3	В.Р.	43	6	24	8	-2	4
8	4	Г.С.	44	7	25	9	-2	4
9	5	Д.М.	46	9	22	6	3	9
10	6	И.Л.	50	10	26	10	0	0
11	7	К.П.	30	2	17	1	1	1
12	8	Л.Т.	35	3	20	4	-1	1
13	9	М.Н.	38	5	19	3	2	4
14	10	Н.Х.	36	4	21	5	-1	1
15	Суммы (Σ)			55	215	55	0	26
16								
17			=РАНГ(C4;\$C\$4:\$C\$13;1)	=РАНГ(E4;\$E\$4:\$E\$13;1)			=G4^2	
18						=D4-F4		
19								
20	$r_{\text{Спирм}} =$	0,842424	=1-6*N14/(A13*(A13^2-1))					
21								

Рис. 3.4.1. Расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s с использованием табличного процессора MS Excel

Для вычисления ранга используется встроенная статистическая функция РАНГ(число;ссылка;порядок)

Синтаксис функции РАНГ(число;ссылка;порядок), где

Число – число, для которого определяется ранг.

Ссылка – массив или ссылка на список чисел. Нечисловые значения в ссылке игнорируются.

Порядок – число, определяющее способ упорядочения.

- Если порядок равен 0 (нулю) или опущен, то Microsoft Excel определяет ранг числа так, как если бы ссылка была списком, отсортированным в порядке убывания.
- Если порядок – любое ненулевое число, то Microsoft Excel определяет ранг числа так, как если бы ссылка была списком, отсортированным в порядке возрастания.

Замечание. Для подсчета ранговой корреляции Спирмена r_s некорректно использовать встроенную функцию MS Excel КОРРЕЛ.

3.4.3. Корреляция между двумя групповыми иерархиями признаков

Пример 1.

В исследовании, посвященном проблеме ценностной ориентации, выявлены иерархии инструментальных ценностей по методике М.Рокича у 2 групп испытуемых ($n_1 = 20$ и $n_2 = 20$).

По таблице «Классификация задач и методов их решения» определяем:

Задача: выявить степень согласованности изменений иерархии инструментальных ценностей.

Условие:

- две групповые иерархии признаков;
- две группы испытуемых ($n_1 = 20$ и $n_2 = 20$);
- методика «Ценностные ориентации» (М.Рокич), список Б (инструментальные ценности).

Метод математической обработки: r_s – коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

Иерархии инструментальных ценностей группируются по порядку их значимости для испытуемых в каждой группе.

Результаты значимости иерархии инструментальных ценностей и расчет d^2 для рангового коэффициента корреляции Спирмена r_s при сопоставлении двух групп испытуемых представлены в табл 4.

Таблица 4

Результаты значимости иерархии инструментальных ценностей и расчет d^2 для рангового коэффициента корреляции Спирмена r_s при сопоставлении двух групп испытуемых ($n_1 = 20$ и $n_2 = 20$)

Инструментальные ценности	Группа ($n_1=20$)		Группа ($n_2=20$)		d ($\text{Ранг}_1 - \text{Ранг}_2$)	d^2
	Место значимости признака	Ранг ₁	Место значимости признака	Ранг ₂		
1	2	3	4	5	6	7
1. Аккуратность	1	1	2	2	-1	1
2. Воспитанность	17	17	10	10	7	49
3. Высокие запросы	5	5	1	1	4	16
4. Жизнерадостность	7	7	5	5	2	4
5. Исполнительность	3	3	6	6	-3	9
6. Независимость	4	4	8	8	-4	16
7. Независимость	10	10	11	11	-1	1
7. Непримируемость к недостаткам в себе и других	6	6	7	7	-1	1
8. Образованность	9	9	12	12	-3	9
	8	8	13	13	-5	25

9. Ответственность	11	11	14	14	-3	9
10. Рационализм	12	12	4	4	8	64
11. Самоконтроль						
12. Смелость в отстаивании своего мнения, взглядов	18	18	9	9	9	81
	16	16	17	17	-1	1
	14	14	18	18	-4	16
13. Твердая воля	13	13	15	15	-2	4
14. Терпимость	2	2	3	3	-1	1
15. Широта взглядов						
16. Честность						
17. Эффективность в делах (трудолюбие, эффективность в работе)	15	15	16	16	-1	1
18. Чуткость						
Суммы (Σ)		171		171		308

АЛГОРИТМ

расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s

Расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s	Пример
I. Определить, какие две иерархии признаков по одному и тому же набору признаков одной и той же методики будут участвовать в сопоставлении как переменные А и В.	I. Методика «Ценностные ориентации» (М.Рокич): список Б (инструментальные ценности). Участвуют в сопоставлении инструментальных ценностей две группы испытуемых: $n_1=20$ $n_2=20$
II. Представить таблицу для ранжирования иерархии признаков, участвующих в сопоставлении.	II. Таблица 4.
III. 3.1. Проранжировать значение переменной А. Занести ранги в столбец (Ранг ₁) таблицы по порядку номеров признаков. 3.2. Проранжировать значения переменной В. Занести ранги в столбец (Ранг ₂) таблицы по	III. Таблица 4 Столбец 3 – (ранг ₁) Столбец 5 – (ранг ₂) $\Sigma \text{рангов}_1 = \Sigma \text{рангов}_2:$ $171=171$

<p>порядку номеров признаков.</p> <p>3.3. При ранжировании начисляется ранг 1 наименьшему значению в соответствии с правилами ранжирования.</p> <p>3.4. Подсчитать сумму рангов по двум переменным: $\sum \text{рангов}_A = \sum \text{рангов}_B$</p>	
<p>IV. Подсчитать разности d между рангами А и В по каждой строке таблицы и занести в столбец таблицы d (ранг_А- ранг_В)</p>	<p>IV. Таблица 4 Столбец 6 - d (Ранг₁-Ранг₂)</p>
<p>V. Возвести каждую разность в квадрат: d^2 Подсчитать сумму квадратов $\sum d^2$</p>	<p>V. Таблица 4 Столбец 7 - d^2 $\sum d^2 = 308$</p>
<p>VI. При наличии одинаковых рангов рассчитать поправки: $T_a = \sum(a^3 - a) / 12$ $T_b = \sum(b^3 - b) / 12$ где: а – объем каждой группы одинаковых рангов в ранговом ряду А; b – объем каждой группы одинаковых рангов в ранговом ряду В.</p>	<p>VI. Одинаковые ранги отсутствуют. Нет необходимости рассчитывать поправки.</p>
<p>VII. Рассчитать ранговый коэффициент корреляции Спирмена r_s по формуле: 7.1. при отсутствии одинаковых рангов: $r_s = 1 - \frac{6 * \sum d^2}{N * (N^2 - 1)}$ 7.2. при наличии одинаковых рангов: $r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2 + T_a + T_b}{N * (N^2 - 1)}$ где $\sum d^2$ – сумма квадратов разности между рангами; T_a и T_b – поправки на одинаковые ранги; N – количество признаков, участвующих в ранжировании. 7.3. Коэффициент ранговой корреляции r_s – это</p>	<p>VII. Рассчитываем коэффициент ранговой корреляции r_s по формуле: $r_s = 1 - \frac{6 * \sum d^2}{N * (N^2 - 1)}$ $r_s = 1 - \frac{6 * 300}{18 * (324 - 1)} = 1 - \frac{6 * 300}{18 * 323} =$ $= 1 - \frac{1800}{5814} = 1 - 0,310 = 0,690$ $r_{\text{эмп.}} = 0,690$</p>

эмпирическое значение r_s .	
VIII. По таблице «Критические значения выборочного коэффициента корреляции рангов (по В.Ю. Урбаху)» определяем критические значения $r_{скр.}$ для данного N – количества признаков, участвовавших в ранжировании.	VII. В ранжировании участвовали 18 признаков. $N = 18$ $r_{скр.}$ при $N = 18$
IX. Если $r_{сэмпл.}$ превышает $r_{скр.}$ или, по крайней мере, равен ему, корреляция достоверно отличается от нуля (0). Связь достоверная, если $r_{сэмпл.} \geq r_{ср. 0,05}$ и тем более достоверная, если $r_{сэмпл.} \geq r_{ср. 0,01}$.	IX. $r_{сэмпл.} > r_{скр.}$ $0,690 > 0,470$ ($p < 0,05$) $0,690 > 0,600$ ($p < 0,01$) Корреляция между иерархиями инструментальных ценностей двух групп статистически значима ($p < 0,01$) и является положительной (+). По данным таблицы можно определить, что основные расхождения приходятся на ценности «Воспитанность», «Смелость в отстаивании своего мнения, взглядов» и «Твердая воля». Ранги остальным ценностям достаточно близки.

Таблица 3.8

**Критические значения критерия Ч. Спирмена
(коэффициент ранговой корреляции)**

Объем выборки	Уровень значимости		Объем выборки	Уровень значимости		Объем выборки	Уровень значимости	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,94	---	17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85	---	18	0,47	0,6	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,7	25	0,4	0,51	37	0,33	0,43
14	0,54	0,68	26	0,39	0,5	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,5	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,4

3.5. Критерий оценки статистической достоверности сдвигов показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии двух замеров

3.5.1. G – критерий знаков

Критерий знаков G предназначен для оценки достоверности сдвига в значениях исследуемого признака при условии: два замера («до» и «после») на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить общее направление сдвига исследуемого признака: в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму. Изменяются ли показатели в сторону улучшения, повышения или усиления, или, наоборот, в сторону ухудшения, понижения или ослабления [27, 77-87].

Показания к использованию критерия знаков G:

1. Критерий знаков применяется к сдвигам, которые могут быть измерены как количественно, так и качественно (например, изменение отрицательного отношения к чему-либо на положительное).
2. Количество наблюдений в обоих замерах – не менее 5 и не более 300.
3. Критерий знаков G используется для оценки статистической достоверности сдвига под влиянием экспериментальных воздействий.

Объект сопоставления и условия для G-критерия знаков представлены в табл. 1.

Таблица 1

Показания для применения G-критерия знаков в зависимости от объекта сопоставлений и условия

Виды сдвигов	Объект сопоставлений	Условия		Критерий оценки достоверности сдвига
		Кол-во замеров	Кол-во групп	
Сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после воздействия: а) при отсутствии контрольной группы б) при наличии контрольной группы	2	1	G-критерий знаков Вариант 1 – сопоставление значений
		2	2	

				«до» и «после» отдельно по экспериментальной и контрольной группам: G-критерий знаков; Вариант 2 – сопоставление сдвигов в двух группах: Q-критерий; U-критерий Манна-Уитни; φ^* -критерий Фишера.
--	--	--	--	--

Показанием для выбора математического метода с использованием критерия знаков G является выделение трех видов сдвигов:

- типичные или преобладающие (разность между показателями «после» и «до») могут быть как со знаком (+), так и (-).
- нетипичные или непреобладающие (разность между показателями «после» и «до») могут быть как со знаком (+), так и (-).
- нулевые сдвиги (0) – разность между показателями «после» и «до» равна нулю (0). При наличии «нулевых» сдвигов общее количество испытуемых (n) уменьшается на количество испытуемых (n_1), имеющих «нулевые» сдвиги.

Сумма типичных и нетипичных сдвигов считается критическим значением G ($G_{кр.}$) для данного числа наблюдений (n_m+n_n), которое определяется по таблице «Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ » (по Оуэну Д.Б., 1966).

Сумма нетипичных (непреобладающих) сдвигов для данного числа наблюдений (n_n) считается эмпирическим значением критерия знаков G ($G_{эмп.}$).

Преобладание «типичного» сдвига является статистически достоверным, если $G_{эмп.}$ ниже или равен $G_{кр.}$ ($p \leq 0,05$) и тем более достоверным, если $G_{эмп.}$ ниже или равен $G_{кр.}$ ($p \leq 0,01$).

Таким образом, сопоставление $G_{эмп.}$ и $G_{кр.}$ является достоверным в типичную сторону, если:

$$G_{эмп.} \leq G_{кр.} (p \leq 0,05; p \leq 0,01)$$

При этом условии принимается H_1 , а H_0 – отвергается.

При использовании критерия знаков G для математической обработки результатов психологических исследований необходимо правильно трактовать значимость полученных данных с «типичными» и «нетипичными» сдвигами, которые могут быть как с положительными (+), так и отрицательными (-) знаками. Например, был измерен **уровень тревоги** «до» и «после» психокоррекционной

работы. Для оценки эффективности полученных результатов психокоррекционной работы проведена математическая обработка полученных данных «после» – «до» с использованием критерия знаков G. По результатам математической обработки с использованием критерия G получены сдвиги («после» – «до») с отрицательным (–) знаком, что свидетельствует о снижении уровня тревоги. Если были получены сдвиги «после» – «до» с положительным (+) знаком, то это свидетельствует о повышении уровня тревоги после проведения психокоррекционной работы.

Таким образом, показанием для оценки статистической достоверности с использованием критерия G является наличие разности (сдвигов) между одними и теми же психологическими показателями, измеренными у одних и тех же испытуемых «до» и «после» проведения экспериментальных воздействий (психокоррекционных мероприятий) и представленными тремя **видами знаков «после» – «до»:**

- положительными – (+);
- отрицательными – (–);
- нулевыми – (0).

При равенстве количества типичных и нетипичных сдвигов критерий знаков неприменим, следует использовать другие критерии.

Рассмотрим применение критерия знаков G на материале конкретного примера.

По методике «Личностная шкала проявления тревоги» (Дж. Тейлор, 1953. Адаптирована Т.А. Немчиным, 1966) обследовано 2 выборки испытуемых: первая – $n_1=40$, вторая – $n_2=30$.

Цель методики: измерение уровня тревоги.

Результаты обследования по каждой выборке испытуемых представлены в сводных таблицах (табл. 2, 3).

Таблица 2

Уровень тревоги у испытуемых первой выборки ($n_1=40$), измеренный по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (в баллах)

Баллы	Уровень тревоги	n	%
40-50	очень высокий	7	17,5
25-40	высокий	9	22,5
15-25	средний (с тенденцией к низкому)	16	40
0-5	низкий	8	20
Суммы		40	100%

Таблица 3

Уровень тревоги у испытуемых второй выборки ($n_2=30$), измеренный по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (в баллах)

Баллы	Уровень тревоги	n	%
40-50	очень высокий	-	-
25-40	высокий	3	10
15-25	средний (с тенденцией к низкому)	9	30
0-5	низкий	18	60
Суммы		30	100%

Далее следует **количественный анализ** по каждой выборке и **сравнительный количественный анализ** между двумя выборками.

Следующий этап – выбор показателя «уровень тревоги», в дальнейшем изучении которого заинтересован исследователь.

Для дальнейшего исследования выбираем показатель «высокий уровень тревоги».

Сравнительный количественный анализ свидетельствует о том, что высокий уровень тревоги в 4 раза чаще встречается в первой выборке испытуемых, чем во второй, соответственно, 40% ($40\%=17,5\%+22,5\%$) и 10%. Однако количественный анализ (%) указывает только на право выбора первой выборки испытуемых для проведения дальнейшего экспериментального воздействия (психокоррекционной работы).

С 16 испытуемыми (с очень высоким и высоким уровнем тревоги: $16=7+9$) первой выборки была проведена психокоррекционная работа, направленная на снижение высокого уровня тревоги. После проведенной психокоррекционной работы 16 испытуемых были повторно обследованы по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (Дж. Тейлор, 1953).

Результаты полученных данных одних и тех же показателей психологического признака «высокий уровень тревоги», измеренного у 16 испытуемых после проведения психокоррекционной работы (в баллах) и сдвиг «после» – «до» представлены в таблице 4.

Таблица 4

Оценки и сдвиг оценок «высокий уровень тревоги» в экспериментальной группе (n=16), (в баллах) под влиянием психокоррекционной работы

№ п/п	Оценки и сдвиги оценок («после» – «до») в баллах		
	до	после	сдвиг «после» – «до»
1	48	26	-22
2	46	24	-22
3	44	18	-26
4	44	22	-22
5	43	24	-19
6	42	23	-19
7	40	21	-19
8	38	20	-18
9	37	17	-20
10	36	15	-21
11	35	23	-12
12	30	20	-10
13	27	28	+1
14	26	27	+1
15	25	25	0
16	25	25	0

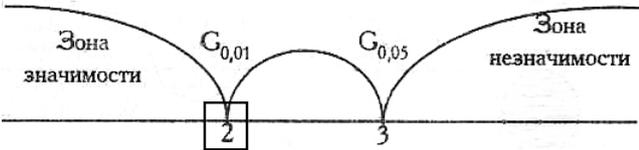
Анализ результатов свидетельствует о выделении трех видов сдвигов «после» – «до»: положительных (+), отрицательных (–) и нулевых (0), что является показанием для выбора математического метода – критерия знаков G с целью определения статистической значимости сдвига для выявления (или отсутствия) эффективности психокоррекционной работы.

Вариант 1. Объект сопоставлений: одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых (n=16) до и после проведения психокоррекционной работы при отсутствии контрольной группы.

**АЛГОРИТМ
расчета критерия знаков G**

Расчет критерия знаков G	Пример
I. Составить таблицу для оценки сдвигов под влиянием экспериментальных воздействий.	I. Таблица «Оценки и сдвиг оценок «уровней тревоги» в экспериментальной группе (n=16), (в баллах) под влиянием психокоррекционной работы»

<p>II. Подсчитать количество сдвигов с положительными (+), отрицательными (-) и нулевыми (0) знаками.</p>	<p>II. Количество сдвигов:</p> <ul style="list-style-type: none"> • положительных (+) – 2; • отрицательных (-) – 12; • нулевых (0) – 2.
<p>III. Количество нулевых сдвигов исключается из рассмотрения. В результате общее число наблюдений (n) уменьшается на количество нулевых реакций.</p>	<p>III. Исключаем количество нулевых сдвигов из общего числа наблюдений и получаем:</p> $n_{об.} = 16 - 2 = 14.$
<p>IV. Определяем сумму (Σ) положительных (+) и отрицательных (-) сдвигов.</p>	<p>IV. Сумма положительных (+) и отрицательных (-) сдвигов:</p> $\Sigma n = n_{(+)} + n_{(-)}$ $\Sigma n = 2 + 12 = 14$
<p>V. Сумма (Σ) положительных (+) и отрицательных (-) сдвигов должна совпадать с общим числом наблюдений: $n_{об.} = \Sigma n_{(+), n_{(-)}}$ Делаем вывод о соблюдении равенства сумм. Это число $n = n_{об.} = \Sigma n_{(+), n_{(-)}}$ является основанием для определения критического значения критерия знаков G ($G_{кр.}$).</p>	<p>V. $\Sigma n_{(+)}, n_{(-)} = 2 + 12 = 14$ $n_{об.} = 14$ $14 = 14$ Равенство сумм соблюдено. n – для определения критического значения G-критерия знаков = 14. $n = 14$</p>
<p>VI. По таблице «Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$» определить критическое значение G ($G_{кр.}$) для данного n.</p>	<p>VI. Определяем по таблице $G_{кр.}$ для $n = 14$.</p> $G_{кр.(14)} = \begin{cases} 3 & (p \leq 0,05) \\ 2 & (p \leq 0,01) \end{cases}$
<p>VII. Определяем преобладающее направление изменений. Считать сдвиги в преобладающем направлении «типичными», они указывают на общее направление сдвига исследуемого признака. Типичные сдвиги могут быть как с (+), так и (-) знаками.</p>	<p>VII. Типичными являются отрицательные сдвиги ($n_{(-)} = 12$). Они указывают на преобладающее направление изменений психологического признака: снижение уровня тревоги.</p>

<p>VIII. Определяем количество «нетипичных» непреобладающих сдвигов – это сдвиги с меньшим количеством (+) или (-) знаков.</p>	<p>VIII. «Нетипичных сдвигов» – 2 со знаком (+).</p>
<p>IX. Считать число «нетипичных» сдвигов эмпирическим значением критерия знаков G ($G_{эмп.}$).</p>	<p>IX. $G_{эмп.} = 2$.</p>
<p>X. Сопоставить: $G_{эмп.}$ с $G_{кр.}$. Если $G_{эмп.} \leq G_{кр.}$ – сдвиг в типичную сторону можно считать статистически достоверным ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$).</p>	<p>X. Сопоставляем $G_{эмп.}$ с $G_{кр.}$. $G_{эмп.(2)} < G_{кр.(3)}$ ($p < 0,05$) $G_{эмп.(2)} = G_{кр.(2)}$ ($p = 0,01$) Вывод: сдвиг в типичную отрицательную (-) сторону является достоверным.</p>
<p>XI. Графическое представление критерия G. Построить «ось значимости». Сделать вывод по графическому представлению критерия G.</p>	<p>XI. Ось значимости</p>  <p>Полученное эмпирическое значение критерия знаков G находится в зоне значимости.</p>
<p>XII. Вывод: о наличии достоверности (H_1) или отсутствия статистической значимости (H_0) сдвига в типичную сторону.</p>	<p>XII. В экспериментальной группе после проведения психокоррекционной работы «высокий уровень тревоги» достоверно снизился ($p = 0,01$). Эффективность психокоррекционной программы подтверждена методом математической обработки с использованием критерия знаков G и наличием достоверности сдвига в типичную сторону (H_1).</p>

В случае многократных повторений экспериментов, удобно проводить расчеты с использованием табличного процессора MS Excel.

Компьютерная обработка G-критерия знаков в среде Excel

В ячейке E7 набрать формулу (или, активировав ячейку E7, набрать формулу в строке формул) = D7 - C7.

«Зацепить» черным крестиком черный квадрат в нижнем правом углу активированной клетки E, щелкнуть левой клавишей

мыши и опустить ее до E22, а затем отпустить левую клавишу мыши. В столбце E в ячейках E7-E21 появится величина сдвига (рис. 40).

В ячейку F7 ввести формулу =ЕСЛИ (E7 > 0; 1; 0).

«Зацепить» черным крестиком черный квадрат в нижнем правом углу активированной ячейки F7 => щелкнуть левой клавишей мыши => опустить крестик до ячейки F21 => отпустить левую клавишу мыши.

В столбце F в ячейках F7-F21 появится 1 там, где сдвиг положительный, и 0 там, где сдвиг отрицательный либо нулевой.

На панели инструментов щелкнуть клавишей I.

В ячейке F22 появится цифра 8 — это сумма положительных сдвигов.

В ячейку G7 ввести формулу =ЕСЛИ (E7 < 0; 1; 0).

Далее повторить все действия, произведенные нами в столбце «Положительные сдвиги».

В ячейке G22 получится число 5 — это и есть число отрицательных сдвигов. Таким образом, получаем $n = 8$; $C_{эмп} = 5$ (рис. 40).

Остальные действия совпадают с действиями, описанными в §2.2, т. е. строится ось значимости, определяется, в какую область попало (?_{эмп}), и делается статистический вывод.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3				КРИТЕРИЙ ЗНАКОВ G					
4									
5		И-испыт	Оценка товара "ДО"	Оценка товара "ПОСЛЕ"	Сдвиг	Положительные сдвиги	Отрицательные сдвиги		
6									
7		1	7	8	1	1	0		
8		2	7	7	0	0	0		
9		3	9	7	-2	0	1		
10		4	6	4	-2	0	1		
11		5	5	3	-2	0	1		
12		6	4	7	3	1	0		
13		7	7	9	2	1	0		
14		8	3	5	2	1	0		
15		9	2	7	5	1	0		
16		10	4	8	4	1	0		
17		11	5	5	0	0	0		
18		12	6	4	-2	0	1		
19		13	8	5	-3	0	1		
20		14	7	9	2	1	0		
21		15	4	7	3	1	0		
22						8	5		

Пример решения рассмотренной ранее нами задачи приводится на рис. 3.5.1, где в рамках приводятся формулы, используемые для расчетов.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	G – критерий знаков									
2	Оценки и сдвиг оценок «высокий уровень тревоги» в экспериментальной группе (n=16), (в баллах) под влиянием психокоррекционной работы.									
3		Оценки и сдвиги оценок в баллах								
4	№ п/п	до	после	сдвиг: «после» – «до»						
5	1	48	26	-22						
6	2	46	24	-22						
7	3	44	18	-26						
8	4	44	22	-22						
9	5	43	24	-19						
10	6	42	23	-19						
11	7	40	21	-19						
12	8	38	20	-18						
13	9	37	17	-20						
14	10	36	15	-21						
15	11	35	23	-12						
16	12	30	20	-10						
17	13	27	28	1						
18	14	26	27	1						
19	15	25	25	0						
20	16	25	25	0						
21	Количество сдвигов:									
22	положительных (+)			n(+)= 2					"=СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;">0")"	
23	отрицательных (-)			n(-)= 12					"=СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;"<0")"	
24	нулевых (0)			n(0)= 2					"=СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;"=0")"	
25	Использование критерия возможно									
26	=ЕСЛИ(E23=E24;Использование критерия не возможно";Использование критерия возможно")									
27										
28	Типичные сдвиги			-					"=ЕСЛИ(E23>E24;"+"; "-")"	
29	Нетипичные сдвиги			+					"=ЕСЛИ(E23<E24;"+"; "-")"	
30	$G_{\text{св}}$ 2			"=МИН(E23;E24)"						
31										
32	Количество ненулевых сдвигов n =				14					"=E23+E24"
33	Критические значения G- критерия:									
34		n	P							
35			0,05	0,01						
36		14	3	2						
37	Вывод: Принимается гипотеза				H1					
38	"=ЕСЛИ(B30<=D36;"H1";ЕСЛИ(B30>C36;"Ho";"H1 при уровне значимости P=0,05"))"									

Рис. 3.5.1. Расчет критерия знаков G

Вариант 2. Объект сопоставлений: одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после проведения психокоррекционной работы **при наличии контрольной группы.**

Выборка, состоящая из 16 испытуемых с высоким уровнем тревоги, была разделена на 2 группы:

- первая (n=8) – психокоррекционная работа проводилась (экспериментальная);
- вторая (n=8) – психокоррекционная работа не проводилась (контрольная).

После проведенной психокоррекционной работы обе группы были повторно протестированы по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (Дж. Тейлор).

Оценки и сдвиги оценок показателей психологического признака «высокий уровень тревоги» в обеих группах представлены в таблице 5 и таблице 6.

Таблица 5

Оценки и сдвиг оценок «высокий уровень тревоги» под влиянием психокоррекционной работы в экспериментальной группе (n=8), (в баллах)

№ п/п	Оценки и сдвиги оценок («после» – «до») в баллах		
	до	после	сдвиг «после» – «до»
1	48	26	-22
2	46	24	-22
3	44	18	-26
4	44	22	-22
5	43	24	-19
6	42	23	-19
7	40	21	-19
8	38	38	0

Анализ полученных результатов свидетельствует о выделении трех видов сдвигов:

- отрицательных (-) – 7;
- положительных (+) – 0;
- нулевых (0) – 1.

Эти данные являются показателями для выбора метода математической обработки **G-критерия знаков** для определения статистической значимости сдвига.

Продолжаем действовать по строгому **алгоритму расчета критерия знаков G:**

1. Исключаем количество нулевых сдвигов из общего числа наблюдений и получаем:

$$n_{об.} = 8 - 1 = 7$$

2. Подсчитываем сумму отрицательных (-) и положительных (+) сдвигов:

$$\sum n = n_{(-)} + n_{(+)}$$

$$\sum n = 7 + 0 = 7$$

3. Определяем равенство сумм:

$$n_{об.} = 7 \quad \sum n = 7$$

Равенство сумм соблюдено.

4. $n=7$ является основанием для определения критического значения критерия знаков G ($G_{кр.}$), которое определяем по таблице «Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ ».

$$G_{кр.(7)} = \begin{cases} 0 & (p \leq 0,05) \\ 0 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

5. Преобладающее направление изменений – «типичные» сдвиги – являются отрицательные (–) сдвиги, что указывает на снижение уровня тревоги.

6. Количество «нетипичных» сдвигов, равное нулю (0), является эмпирическим значением G -критерия знаков.

$$G_{эмп.} = 0$$

7. Сопоставляем $G_{эмп.}$ и $G_{кр.}$: $G_{эмп.} \leq G_{кр.}$:

$$0 = 0 \quad (p \leq 0,05)$$

$$0 = 0 \quad (p \leq 0,01)$$

8. Вывод: сдвиг в типичную отрицательную (–) сторону является достоверным ($p < 0,01$), что свидетельствует о статистической значимости снижения «высокого уровня тревоги» в экспериментальной группе, где была проведена психокоррекционная работа. H_1 принимается.

9.

Таблица 6

Оценки и сдвиг оценок «высокий уровень тревоги» в контрольной группе ($n=8$), (в баллах)

№ п/п	Оценки и сдвиги оценок («после» – «до») в баллах		
	до	после	сдвиг «после» – «до»
1	37	37	0
2	36	36	0
3	35	35	0
4	30	30	0
5	27	27	0
6	26	26	0
7	25	26	+1
8	25	24	-1

Анализ полученных результатов свидетельствует о выделении трехвидов сдвигов:

- положительных (+) – 1;
- отрицательных (–) – 1;

- нулевых (0) – 6.

Полученные данные являются основанием для выбора метода математической обработки – **G-критерия знаков** с целью определения достоверности сдвига.

Продолжаем действовать по строгому **алгоритму расчета критерия знаков G:**

1. Исключаем количество нулевых сдвигов из общего числа наблюдений и получаем:

$$n_{об.} = 8 - 6 = 2$$

2. Подсчитываем сумму положительных (+) и отрицательных (-) сдвигов:

$$\begin{aligned} \sum n &= n_{(+)} + n_{(-)} \\ \sum n &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

3. Определяем равенство сумм:

$$n_{об.} = 2 \quad \sum n = 2$$

Равенство сумм соблюдено.

4. $n=2$ является основанием для определения критического значения критерия знаков G ($G_{кр.}$), которое определяем по таблице «Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ ».

$G_{кр.}$ для $n=2$ установить невозможно, так как $n=2 < n=5$ (ограничения минимального количества наблюдений в обоих замерах).

5. Типичный и нетипичный сдвиги установить невозможно, так как положительных и отрицательных сдвигов поровну:

$$n_{+}(1) = n_{-}(1)$$

6. Вывод: достоверный сдвиг в контрольной группе не выявлен, что свидетельствует об отсутствии снижения высокого уровня тревоги. H_0 принимается.

Для подтверждения **эффективности психокоррекционной программы, статистической значимости различий сдвигов** между экспериментальной и контрольной группами могут быть использованы три математических метода:

- Q-критерий Розенбаума;
- U-критерий Манна-Уитни;
- ϕ^* -критерий (угловое преобразование) Фишера.

Обоснование для использования каждого из критериев.

1. Q-критерий Розенбаума нельзя использовать для оценки достоверности сдвигов, так как число испытуемых – $n_1=8$ и $n_2=8$.

Назначение Q-критерия Розенбаума показано, если в каждой из выборок должно быть не менее 11 испытуемых.

2. U-критерий Манна-Уитни можно использовать, так как $n_1=8$ и $n_2=8$ ($n_1, n_2 \geq 3$).

3. φ^* -критерий Фишера также может быть использован, так как по условию ограничения критерия φ^* : при $n_1, n_2 \geq 5$ – возможны любые сопоставления.

По нашим данным:

$n_1 = 8$ испытуемых;

$n_2 = 8$ испытуемых.

Выбираем для математической обработки результатов полученных сдвигов φ^* -критерий Фишера.

Сопоставление сдвига «после» в экспериментальной и контрольной группах с использованием φ^* -критерия Фишера

1. Построим четырехклеточную таблицу (табл. 7).

Таблица 7

Четырехклеточная таблица для расчета критерия φ^* при сопоставлении сдвигов между экспериментальной и контрольной группами испытуемых по процентной доле «высокий уровень тревоги» после проведения психокоррекционной работы

Группы	«Есть эффект»: высокий уровень тревоги снизился			«Нет эффекта»: высокий уровень тревоги не снизился			Суммы n_1 и n_2
	Количество испытуемых (n_1)	% доля	φ^*	Количество испытуемых (n_2)	% доля	φ^*	
1. Экспериментальная	7	87,5%	φ_1	1	12,5%	φ_3	8
2. Контрольная	1	12,5%	φ_2	7	87,5%	φ_4	8
Суммы	8			8			16

2. По таблице «Величины угла φ^* (в радианах) для процентных долей» определяем величины φ^* , соответствующие процентным долям φ_1 и φ_2 :

$$\varphi_1(87,5\%) = 2,419$$

$$\varphi_2(12,5\%) = 0,723$$

3. Подсчитаем эмпирическое значение φ^* по формуле:

$$\varphi_{\text{эмп}}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 * n_2}} = 2,419 - 0,723 * \sqrt{\frac{8 * 8}{8 + 8}} = 1,696 * \sqrt{\frac{64}{16}} = 1,696 * \sqrt{4} = 1,696 * 2 = 3,392$$

Получаем: $\varphi_{\text{эмп}}^* = 3,392$

Эмпирическое значение φ^* сопоставляем с принятыми в психологии критическими значениями $\varphi_{\text{кр}}^*$, соответствующими $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$:

$$\varphi_{\text{кр}}^* = \begin{cases} 1,64 & (p \leq 0,05) \\ 2,31 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

По нашим данным $\varphi^*_{\text{эмп.}} > \varphi^*_{\text{кр.}}$:

$$3,392 > 1,64 (p \leq 0,05)$$

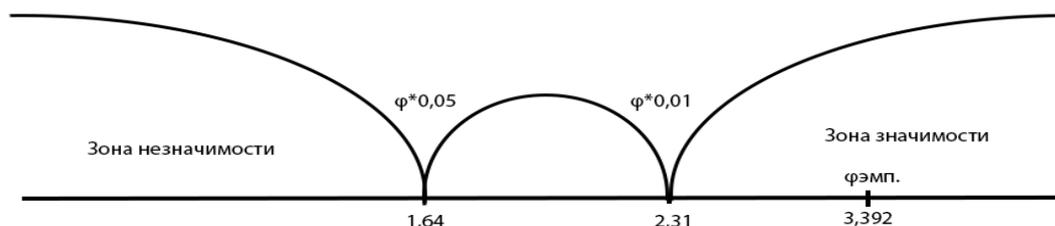
$$3,392 > 2,31 (p \leq 0,01)$$

Можно также по полученному значению $\varphi^*_{\text{эмп.}}$ определить уровень статистической значимости различий процентных долей по таблице «Уровни статистической значимости разных значений критерия φ^* Фишера (по Гублеру Е.В.)»:

$$\varphi^*_{\text{эмп.}} \text{ (по табл.): } 3,392 > 2,91 (p \leq 0,001)$$

4. Графическое представление критерия $\varphi^*_{\text{эмп.}}$

Построим «ось значимости»



Полученное эмпирическое значение φ^* находится в зоне значимости.

5. Таким образом, достоверность сопоставления сдвигов в экспериментальной и контрольной группах для выявления эффективности психокоррекционной работы, которая выразилась в снижении высокого уровня тревоги в экспериментальной группе, была подтверждена методом математической обработки с использованием φ^* - критерия Фишера.

Таблица 3.9

Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ (по Оуэну Д.Б.)

p			p			p			P		
n	0,05	0,01	n	0,05	1,01	n	0,05	0,01	n	0,05	0,01
5	0	-	27	8	7	49	18	15	92	37	34
6	0	-	28	8	7	50	18	16	94	38	35
7	0	0	29	9	7	52	19	17	96	39	36
8	1	0	30	10	8	54	20	18	98	40	37
9	1	0	31	10	8	56	21	18	100	41	37
10	1	0	32	10	8	58	22	19	110	45	42
11	2	1	33	11	9	60	23	20	120	50	46
12	2	1	34	11	9	62	24	21	130	55	51
13	3	1	35	12	10	64	24	22	140	59	55
14	3	2	36	12	10	66	25	23	150	64	60
15	3	2	37	13	10	68	26	23	160	69	64
16	4	2	38	13	11	70	27	24	170	73	69
17	4	3	39	13	11	72	28	25	180	78	73
18	5	3	40	14	12	74	29	26	190	83	78
19	5	4	41	14	12	76	30	27	200	87	83
20	с	4	42	15	13	78	31	28	220	97	92
21	а	4	43	15	13	80	32	29	240	106	101
22	6	5	44	16	13	82	33	30	260	116	110
23	7	5	45	16	14	84	33	30	280	125	120
24	7	5	46	16	14	86	34	31	300	135	129
25	7	6	47	17	15	88	35	32			
26	8	6	48	17	15	90	36	33			

3.5.2. Т-критерий Вилкоксона

Т-Критерий Вилкоксона применяется для **оценки достоверности сдвига** в значениях исследуемого признака, измеренного в **двух** разных условиях на одной и **той же выборке испытуемых**. Он помогает установить не только **направленность** изменений, но и их **выраженность**, установить является ли сдвиг показателей в каком-то одном направлении более интенсивным, чем в другом [27, 87-94].

Для использования Т-критерия Вилкоксона необходимо соблюдение следующих правил:

- Признаки должны быть измерены по шкале порядка.
- Суть метода состоит в том, что вычисленная разность (сдвиги) между индивидуальными значениями во втором и первом замерах («после»-«до») может быть как с положительными (+), так и отрицательными (-) знаками, по которым определяется сдвиг в «типичном» или «нетипичном» направлении.
- **Типичным** является **сдвиг** в более часто встречающемся направлении и может быть как с положительными (+), так и отрицательными (-) знаками, а **нетипичным** или **редким сдвигом** – сдвиг в более редко встречающемся направлении, также может быть как с положительными (+), так и отрицательными (-) знаками.
- Сдвиги (разности) положительных и отрицательных величин переводятся в **абсолютные величины**, которые **ранжируются**.
- Ранжируем абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг. Проверяем совпадение полученной суммы рангов с расчетной по формуле:

$$\sum R_i = \frac{N(N+1)}{2},$$

где N – общее количество испытуемых.

- Подсчитываем сумму нетипичных, редких рангов по формуле:

$$T = \sum R_r$$

где R_r – ранговые значения сдвигов с более редким знаком.

Сумма рангов нетипичных сдвигов составляет эмпирическое значение критерия $T - T_{\text{эмп}}$.

- По таблице «Критические значения критерия Т-Вилкоксона для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ » определяем критические значения $T (T_{\text{кр}})$ для данного n .

Если $T_{\text{эмп}} \leq T_{\text{кр}}$, сдвиг в «типичную» сторону по интенсивности достоверно преобладает.

- Обобщенная «ось значимости» для Т-критерия Вилкоксона



- Минимальное количество испытуемых, прошедших два измерения на одной и той же выборке, должно быть 5 человек, а максимальное количество испытуемых – 50 человек.

Объект сопоставления и условия для Т-критерия Вилкоксона представлены в табл. 1.

Таблица 1

Показания для применения Т-критерия Вилкоксона в зависимости от объекта сопоставлений и условия

Виды сдвигов	Объект сопоставлений	Условия		Критерий оценки достоверности сдвига
		Кол-во замеров	Кол-во групп	
Сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после воздействия:			
	а) при отсутствии контрольной группы	2	1	Т-критерий Вилкоксона
	б) при наличии контрольной группы	2	2	Вариант 1 – сопоставление значений «до» и «после» отдельно по экспериментальной и контрольной группам: Т-критерий Вилкоксона; Вариант 2 – сопоставление сдвигов в двух группах: Q-критерий; U-критерий Манна-Уитни; φ*-критерий Фишера.

Рассмотрим применение Т-критерия Вилкоксона на материале конкретного примера.

По методике «Личностная шкала проявления тревоги» (Дж. Тейлор, адапт. Т.А. Немчиным) обследовано 2 выборки испытуемых: первая – $n_1=40$, вторая – $n_2=30$.

Цель методики: измерение уровня тревоги.

Результаты обследования по каждой выборке испытуемых представлены в сводных таблицах (табл. 2 и 3).

Таблица 2

Уровень тревоги у испытуемых первой выборки ($n_1=40$), измеренный по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (в баллах)

Баллы	Уровень тревоги	n	%
40-50	очень высокий	7	17,5
25-40	высокий	9	22,5
15-25	средний (с тенденцией к низкому)	16	40
0-5	низкий	8	20
Суммы		40	100%

Таблица 3

Уровень тревоги у испытуемых второй выборки ($n_2=30$), измеренный по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (в баллах)

Баллы	Уровень тревоги	n	%
40-50	очень высокий	-	-
25-40	высокий	3	10
15-25	средний (с тенденцией к низкому)	9	30
0-5	низкий	18	60
Суммы		30	100%

Далее следует **количественный анализ** по каждой выборке и **сравнительный количественный анализ** между двумя выборками.

Сравнительный количественный анализ свидетельствует о том, что высокий уровень тревоги в 4 раза чаще встречается в первой выборке испытуемых, чем во второй (40% и 10%). Однако количественный анализ (%) указывает только на право выбора первой выборки испытуемых для проведения дальнейшего экспериментального воздействия (психокоррекционной работы).

Следующий этап – выбор показателя «уровень тревоги», в дальнейшем изучении которого заинтересован исследователь.

Для дальнейшего исследования выбираем показатель «высокий уровень тревоги».

Вариант 1. Объект сопоставлений: одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после проведения психокоррекционной работы **при отсутствии контрольной группы.**

С 16 испытуемыми экспериментальной группы была проведена психокоррекционная работа, направленная на снижение и выраженность снижения уровня тревоги.

После проведенных психокоррекционных воздействий 16 испытуемых были повторно протестированы по методике «Личностная шкала проявления тревоги». Одни и те же показатели психологического признака «высокий уровень тревоги» измерены у 16 испытуемых до и после проведения психокоррекционной работы. Результаты полученных данных в баллах по каждому испытуемому представлены в табл. 4.

Таблица 4

Оценки и сдвиги оценок показателя «высокий уровень тревоги» до и после проведения психокоррекционной работы в экспериментальной группе (n=16), в баллах

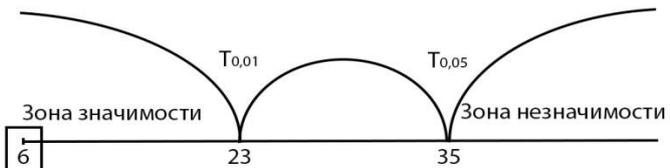
Код имени испытуемого	Уровень тревоги в баллах		Разность «после»-«до»	Абсолютное значение разности	Ранговый номер разности
	до	после			
1	2	3	4	5	6
1. А.Т.	49	25	-24	24	13,5
2. Г.С.	48	24	-24	24	13,5
3. П.Т.	46	22	-24	24	13,5
4. Л.Т.	45	20	-25	25	16
5. С.М.	43	20	-23	23	11
6. Г.А.	42	20	-22	22	10
7. Д.С.	41	20	-21	21	8,5
8. П.О.	39	44	+5	5	2
9. К.З.	39	14	-24	24	13,5
10. Л.А.	38	20	-18	18	1,5
11. Б.Т.	37	39	+2	2	1
12. О.Р.	36	42	+6	6	3
13. Г.Д.	35	17	-18	18	4,5
14. К.М.	34	14	-20	20	6,5
15. Д.Н.	30	10	-20	20	6,5
16. С.Л.	28	7	-21	21	8,5
Сумма					136

Анализ результатов, представленных в таблице, свидетельствует о том, что признак измерен по шкале порядка, сдвиги между индивидуальными значениями во втором и первом замерах («после»-«до») выявляются как **с положительными (+), так и**

отрицательными (–) знаками, а нулевые знаки отсутствуют, что дает возможность определить направленность и выраженность изменений. Эти данные являются основанием для выбора метода математической обработки полученных данных с помощью T-критерия Вилкоксона для определения статистической значимости сдвига.

АЛГОРИТМ подсчета критерия T-Вилкоксона

Подсчет критерия T-Вилкоксона	Пример
I. Вычислить разность между индивидуальными значениями во втором и первом замерах («после»-«до») со знаком (+) или (-).	I. Столбец 4. Выявлено среди испытуемых (n=16): • 13 значений с отрицательным знаком (-); • 3 – с положительным (+).
II. Определить «типичный» сдвиг – наибольшая разность между индивидуальными значениями. Типичные сдвиги могут быть как с (+), так и (-) знаками. Типичные сдвиги указывают, что сдвиг показателей в каком-то одном направлении более интенсивный (выраженный), чем в другом.	II. Типичный сдвиг – отрицательный (-). Он указывает на преобладающее направление и выраженность изменений психологического признака: снижение высокого уровня тревоги.
III. Перевести разности в абсолютные величины и записать их отдельным столбцом, т.к. иначе трудно отвлечься от знака разности.	III. Столбец 5.
IV. Проранжировать абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг и посчитать сумму рангов.	IV. Столбец 6. Ранжируем величины столбца 5. Подсчитываем сумму по столбцу, получаем сумму рангов: $\sum p = 136$
V. Определить расчетную сумму рангов по формуле: $\sum R_i = \frac{N(N+1)}{2}$ где N – число испытуемых.	V. Расчетная сумма: $\sum R_i = \frac{16 \cdot (16+1)}{2} = \frac{16 \cdot 17}{2} = 136$

<p>VI. Проверить совпадение полученной суммы рангов с расчетной.</p>	<p>VI. $\sum p = \sum R_i :$ $136 = 136$</p>
<p>VII. Определяем «нетипичные» сдвиги – это ранговые значения сдвигов с более редким знаком (+) или (-). Подсчитать сумму этих рангов по формуле $T = \sum R_r$ Сумма рангов «нетипичных» сдвигов составляет эмпирическое значение критерия T ($T_{\text{эмп.}}$).</p>	<p>VII. Нетипичные сдвиги – сдвиги со знаком (+). Подсчитываем сумму рангов нетипичных сдвигов. $1+2+3=6$ $T_{\text{эмп.}}=6$</p>
<p>VIII. Определить критическое значение T ($T_{\text{кр.}}$) данного n по таблице «Критические значения критерия T Вилкоксона для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$».</p>	<p>VIII. Определяем критическое значение T для n=16: $T_{\text{эд}(16)} = \begin{cases} 35 (p < 0,05) \\ 23 (p < 0,01) \end{cases}$</p>
<p>IX. Сопоставить $T_{\text{эмп.}}$ с $T_{\text{кр.}}$. Если $T_{\text{эмп.}} \leq T_{\text{кр.}}$ – типичный сдвиг является достоверно преобладающим по интенсивности (выраженности).</p>	<p>XI. $T_{\text{эмп.}} < T_{\text{кр.}}$: $6 < 35 (p < 0,05)$ $6 < 23 (p < 0,01)$</p>
<p>X. Графическое представление критерия T. Построить «ось значимости».</p>	<p>X. Построим «ось значимости»</p>  <p>Полученное эмпирическое значение критерия T находится в зоне значимости.</p>
<p>XI. Вывод: о достоверно преобладающем по интенсивности «типичном» сдвиге (H_1) или отсутствии статистической значимости (H_0) интенсивности сдвига в «типичную» сторону.</p>	<p>XI. Вывод: интенсивность отрицательного типичного сдвига достоверно превышает интенсивность положительного сдвига ($p < 0,01$), что свидетельствует о снижении высокого уровня тревоги в экспериментальной группе после проведенной психокоррекционной работы ($p < 0,01$). Принимается H_1.</p>

Вариант 2. Объект сопоставлений: одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после проведения психокоррекционной работы **при наличии контрольной группы.**

Выборка, состоящая из 16 испытуемых с высоким уровнем тревоги, была разделена на 2 группы:

- первая (n=8) – психокоррекционная работа проводилась (экспериментальная группа);
- вторая (n=8) – психокоррекционная работа не проводилась (контрольная группа).

После проведенной психокоррекционной работы обе группы были повторно протестированы по методике «Личностная шкала проявления тревоги» (Дж. Тейлор).

Оценки и сдвиги оценок показателей психологического признака «высокий уровень тревоги» в обеих группах представлены в таблице 5 и таблице 6.

Таблица 5

Оценки и сдвиги оценок высокого уровня тревоги в экспериментальной группе (n=8) под воздействием психокоррекционной работы (в баллах)

№ п/п	Уровень тревоги в баллах		Разность «после»-«до»	Абсолютное значение разности	Ранговый номер разности
	до	после			
1	49	25	-24	24	6
2	48	24	-24	24	6
3	46	22	-24	24	6
4	45	20	-25	25	8
5	43	20	-23	23	4
6	42	20	-22	22	3
7	41	20	-21	21	2
8	39	40	+1	1	1
Сумма					36

Анализ результатов полученных данных позволяет выбрать метод математической обработки Т-критерий Вилкоксона потому, что:

- показатели измерены по шкале порядка;
- индивидуальные значения выявлены как с положительными (+), так и отрицательными знаками (-).

Продолжим действие по строгому **алгоритму подсчета критерия Т-Вилкоксона.**

1. Подсчитываем по таблице число значений со знаками:

- положительными (+) – 1;
- отрицательными (-) – 7.

2. Определяем типичный сдвиг. Типичный сдвиг – отрицательный (-), что указывает на снижение уровня тревоги.

3. Переводим разности в абсолютные величины и ранжируем.
4. Подсчитываем сумму рангов ($\sum p$).

$$\sum p = 6 + 6 + 6 + 8 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$$

$$\sum p = 36$$

5. Определяем расчетную сумму рангов по формуле:

$$\sum R_i = \frac{N(N+1)}{2}$$

где N – число испытуемых.

$$\sum R_i = \frac{8(8+1)}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

6. Проверим совпадение полученной суммы рангов с расчетной:

$$\sum p = \sum R_i : 36 = 36$$

7. Определим нетипичный сдвиг, который выявлен с положительным знаком (+) и подсчитаем сумму рангов нетипичных сдвигов, которая составляет эмпирическое значение критерия Т Вилкоксона.

$$\sum p_{(+)} = 1 \quad T_{\text{эмп.}} = 1$$

8. Определяем критическое значение Т ($T_{\text{кр.}}$) для $n=8$ по таблице «Критические значения критерия Т Вилкоксона для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ ».

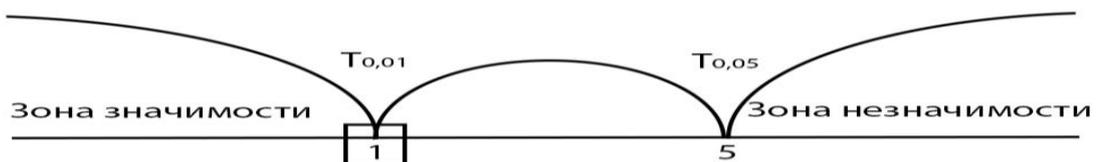
$$T_{\text{эд}(8)} = \begin{cases} 5 (p \leq 0,05) \\ 1 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

9. Сопоставляем $T_{\text{эмп.}}$ с $T_{\text{кр.}}$.

$$T_{\text{эмп.}} = T_{\text{кр.}}$$

$$1 = 1 (p = 0,01)$$

10. Построим «ось значимости».



11. Вывод: интенсивность отрицательного (типичного) сдвига достоверно превышает интенсивность положительного сдвига ($p=0,01$), что свидетельствует о достоверности снижения высокого уровня тревоги в экспериментальной группе после проведенной психокоррекционной работы ($p=0,01$). Принимается H_1 .

Таблица 6

Оценки и сдвиги оценок высокого уровня тревоги в контрольной группе ($n=8$), (в баллах)

№ п/п	Уровень тревоги в баллах		Разность «после»-«до»	Абсолютное значение разности	Ранговый номер разности
	до	после			
1	41	43	+2	2	6,5

2	38	39	+1	1	3
3	37	38	+1	1	3
4	36	39	+3	3	8
5	35	36	+1	1	3
6	34	36	+2	2	6,5
7	30	31	+1	1	3
8	28	27	-1	1	3
Сумма					36

Анализ результатов полученных данных позволяет выбрать метод математической обработки Т-критерий Вилкоксона потому, что:

- показатели измерены по шкале порядка;
- индивидуальные значения выявлены как с положительными (+), так и отрицательными знаками (-).

Продолжим действия в виде **алгоритма подсчета критерия Т Вилкоксона**.

1. Подсчитываем по таблице число значений со знаками:

- положительными (+) – 7;
- отрицательными (-) – 1.

2. Определяем типичный сдвиг. Типичный сдвиг – положительный (+), что указывает на повышенный уровень тревоги.

3. Переводим разности в абсолютные величины и ранжируем.

4. Подсчитываем сумму рангов ($\sum p$).

$$\sum p = 6,5 + 3 + 3 + 8 + 3 + 6,5 + 3 + 3 = 36$$

$$\sum p = 36$$

5. Определяем расчетную сумму рангов по формуле:

$$\sum R_i = \frac{N(N+1)}{2}$$

где N – число испытуемых. $\sum R_i = \frac{8(8+1)}{2} = 36$

6. Проверим совпадение полученной суммы рангов с расчетной:

$$\sum p = \sum R_i : 36 = 36$$

7. Определим нетипичный сдвиг, который выявлен с отрицательным знаком (-) и подсчитываем сумму рангов нетипичных сдвигов, которая составляет эмпирическое значение критерия Т Вилкоксона.

$$\sum p_{(-)} = 3 \quad T_{\text{эмп.}} = 3$$

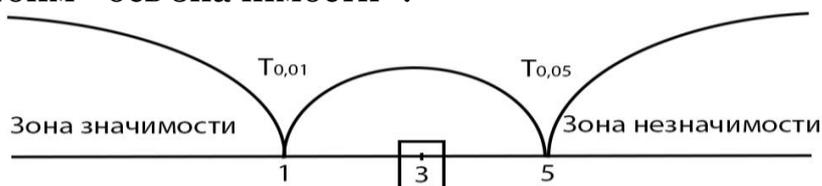
8. Определяем критическое значение T ($T_{\text{кр.}}$) для $n=8$ по таблице «Критические значения критерия Т Вилкоксона для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ ».

$$T_{\text{эд}(8)} = \begin{cases} 5 & (p \leq 0,05) \\ 1 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

9. Сопоставляем $T_{\text{эмп.}}$ с $T_{\text{кр.}}$:

$$3 < 5 \quad (p \leq 0,05)$$

10. Построим «ось значимости».



11. Вывод: в контрольной группе интенсивность положительного (типичного) сдвига достоверно превышает интенсивность отрицательного сдвига ($p < 0,05$), что свидетельствует о достоверном наличии высокого уровня тревоги в этой группе ($p < 0,05$). Принимается H_1 .

Для подтверждения эффективности психокоррекционной программы, статистической значимости различий сдвигов между экспериментальной и контрольной группами могут быть использованы три математических метода:

- Q-критерий Розенбаума;
- U-критерий Манна-Уитни;
- ϕ^* -критерий (угловое преобразование) Фишера.

Обоснование для использования каждого из критериев.

4. Q-критерий Розенбаума использовать нельзя, так как в каждой из выборок менее 11 испытуемых.
5. U-критерий Манна-Уитни можно использовать, так как в каждой выборке $n_1, n_2 > 3$, $n_1, n_2 < 60$.

Сопоставление сдвигов «после» показателя высокий уровень тревоги в экспериментальной и контрольной группах с использованием критерия U Манна-Уитни.

1. Подсчет ранговых сумм «после» показателя очень высокий и высокий уровень тревоги в экспериментальной и контрольной группах представлен в таблице 7.

Таблица 7

Подсчет ранговых сумм «после» показателя высокий уровень тревоги в экспериментальной и контрольной группах

Экспериментальная группа ($n_1=8$)		Контрольная группа ($n_2=8$)	
Показатель «высокий уровень тревоги» «после» (в баллах)	Ранг	Показатель «высокий уровень тревоги» «после» (в баллах)	Ранг
25	7	43	16
24	6	39	13,5
22	5	38	12
20	2,5	39	13,5
20	2,5	36	10,5

20	2,5	36	10,5
20	2,5	31	9
40	15	27	8
Суммы	43		93

2. Подсчитываем общую сумму рангов:

$$\sum R = n_1 + n_2 = 43 + 93 = 136$$

$$\sum R = 136$$

3. Подсчитываем расчетную сумму рангов по формуле:

$\sum R_i = \frac{N(N+1)}{2}$, где N – общее количество ранжируемых наблюдений (значений)

$$\sum R_i = \frac{16 \cdot (17+1)}{2} = 136$$

4. Проверяем совпадение общей суммы рангов с расчетной:

$$\sum R = \sum R_i \quad 136 = 136$$

Общая сумма рангов совпала с расчетной.

5. Определяем эмпирическое значение U по формуле:

$$U_{\text{эмп.}} = (n_1 * n_2) + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x$$

где n_1 – количество испытуемых в экспериментальной группе;

n_2 – количество испытуемых в контрольной группе;

n_x – количество испытуемых в группе с большей суммой рангов;

T_x – большая из двух ранговых сумм.

$$U_{\text{эмп.}} = 8 \cdot 8 + \frac{8 \cdot (8+1)}{2} - 93 = 64 + 36 - 93 = 100 - 93 = 7.$$

Т.о., $U_{\text{эмп.}} = 7$

6. По таблице «Критические значения критерия U Манна-Уитни» определяем критические значения для соответствующих n ($n_1=8$ и $n_2=8$).

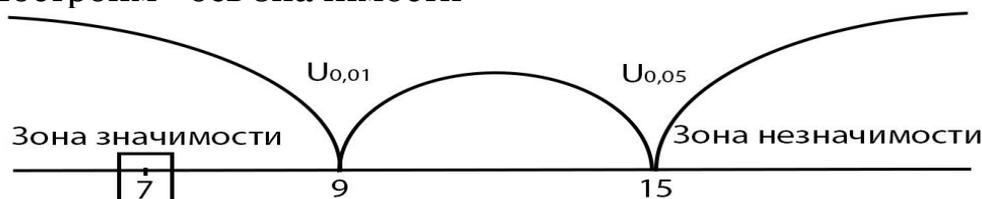
$$U_{\text{кр.}(8)} = \begin{cases} 15 & (p \leq 0,05) \\ 9 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

7. Вывод:

$$U_{\text{эмп.}} < U_{\text{кр.}} \quad 7 < 9 \quad (p \leq 0,01)$$

Полученные данные позволяют констатировать достоверные различия между экспериментальной и контрольной группами.

8. Построим «ось значимости»



9. Таким образом, сопоставление сдвигов «после» показателя «высокий уровень тревоги» в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой с использованием U-критерия Манна-Уитни выявило достоверность различий между двумя группами ($p < 0,01$), что свидетельствует об эффективности психокоррекционной работы. Принимается H_1 .

Компьютерная обработка T-критерия Вилкоксона в среде Excel

1. В ячейке D6 набрать формулу (или, активировав ячейку D6, набрать формулу в строке формул) = C6 – D6.

«Зацепить» маркер заполнения (черный крестик в нижнем правом углу активированной клетки D) и удерживая левую клавишу мыши «протянуть» его до D20; отпустить левую клавишу мыши (двойной щелчок мыши по маркеру заполнения в ячейке D6 даст тот же результат). В столбце D в ячейках D6-D21 появится величина сдвига (рис. 1).

2. В столбце E разместим абсолютное значение разности (модуль) значений столбца D, для этого в ячейку E7 необходимо ввести формулу =ABS(D6) (или «вызвать» функцию =ABS(число)). Протянуть формулу до ячейки E21.

3. Ранговый номер разности рассчитаем в столбце F. Для этого установить курсор в ячейку F6 и нажать на кнопку «Вставка функции» f_x . В диалоговом окне выбрать категорию «Статистические» и выбрать функцию РАНГ.СР(число;ссылка;[порядок]).

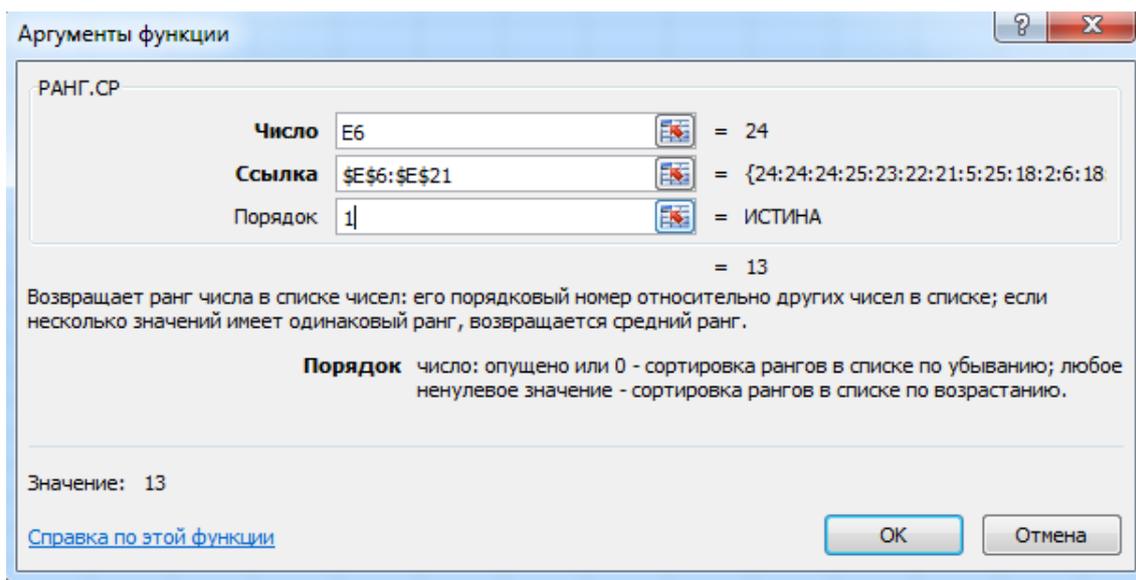


Рис. 1 Диалоговое окно функции РАНГ.СР

В строке «Число» установить курсор и затем «щелкнуть» по ячейке E6.

Переходим в строку «Ссылка» и выделяем диапазон E6:E21. Нажимаем на клавиатуре на клавишу F4 для того, чтобы зафиксировать адрес начальной и конечной ячеек и они не менялись при копировании формулы, при этом перед каждым значением ссылки появится знак \$: \$E\$6:\$E\$21.

В строке «Порядок» ставим 1 (или любое другое ненулевое число), чтобы начать сортировку рангов по возрастанию.

В ячейке F6 появится ранг числа 24, находящегося в ячейке E6. Протягиваем формулу до ячейки F21.

4. Подсчитываем сумму рангов в ячейке F22 с помощью функции =СУММ(F6:F21) (кнопка Σ на панели инструментов). В ячейке появится число 136.

5. Количество положительных и отрицательных сдвигов подсчитаем в ячейках D24 и D25 с помощью формул (их можно набрать с клавиатуры или вызвать соответствующую функцию)

D24: =СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;">0"). Получим значение $n(+)=3$

D25: =СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;"<0"). Получим значение $n(-)=13$

6. В ячейке A26 поместим результат проверки на возможность использования критерия: критерий неприменим, если количество положительных и отрицательных сдвигов совпадает: =ЕСЛИ(D24=D25;"Использование критерия невозможно";"Использование критерия возможно").

7. В ячейках D28 и D29 определим: положительные (+) или отрицательные (-) сдвиги являются типичными и нетипичными в зависимости от того, каких из них больше:

D28: =ЕСЛИ(D24>D25;"+";"-")

D29: =ЕСЛИ(D24<D25;"+";"-").

В рассматриваемой задаче типичными сдвигами являются отрицательные (-), а нетипичными – положительные (+).

8. $T_{эмп}$ определяется как сумма рангов нетипичных сдвигов: в ячейке B30 помещаем расчетную формулу: =ЕСЛИ(D29="+";СУММЕСЛИ(D6:D21;">0";F6:F21);СУММЕСЛИ(D6:D21;"<0";F6:F21)).

Получим $T_{эмп}=6$.

9. Критические значения T-критерия выберем по таблице «Критические значения критерия T Вилкоксона для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ » и помещаем в ячейки C36 и D36:

	A	B	C	D
32	Критическое значение T-критерия:			
33				
34		n	P	
35			0,01	0,05
36		16	23	35

10. Вывод о том, какая из гипотез принимается можно получить, сравнив эмпирическое и критические значения Т-критерия. Для этого в ячейке D38 введем формулу:

=ЕСЛИ(В30<=С36;"Н1";ЕСЛИ(В30>D36;"Н0";"Н1 при уровне значимости P=0,05")).

В данном случае получаем вывод: «Принимается гипотеза Н1».

Далее можно формулировать психологический вывод.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Т-критерий Вилкоксона									
2	Оценки и сдвиги оценок показателя «высокий уровень тревоги» до и после проведения									
3	психокоррекционной работы в экспериментальной группе (n=16), в баллах									
4	№ п/п	Уровень тревоги в баллах		Разность «после»-«до»	Абсолютное значение разности	Ранговый номер разности				
5		до	после							
6	1	49	25	-24	24	13	=C6-B6			
7	2	48	24	-24	24	13	=ABS(D6)			
8	3	46	22	-24	24	13	=РАНГ.СП(E6;\$E\$6:\$E\$21;1)			
9	4	45	20	-25	25	15,5				
10	5	43	20	-23	23	11				
11	6	42	20	-22	22	10				
12	7	41	20	-21	21	8,5				
13	8	39	44	5	5	2				
14	9	39	14	-25	25	15,5				
15	10	38	20	-18	18	4,5				
16	11	37	39	2	2	1				
17	12	36	42	6	6	3				
18	13	35	17	-18	18	4,5				
19	14	34	14	-20	20	6,5				
20	15	30	10	-20	20	6,5				
21	16	28	7	-21	21	8,5				
22	Сумма					136	=СУММ(F6:F21)			
23	Количество сдвигов:									
24	положительных (+)	n(+)= 3	=СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;">0")							
25	отрицательных (-)	n(-)= 13	=СЧЁТЕСЛИ(D6:D21;"<0")							
26	Использование критерия возможно									
27										
28	Типичные сдвиги	-	=ЕСЛИ(D24>D25;"+";"-")							
29	Нетипичные сдвиги	+	=ЕСЛИ(D24<D25;"+";"-")							
30	T _{эмп} = 6	=ЕСЛИ(D29="+";СУММЕСЛИ(D6:D21;">0";F6:F21);СУММЕСЛИ(D6:D21;"<0";F6:F21))								
31										
32	Критическое значение Т-критерия:									
33										
34			P							
35	n		0,01		0,05					
36	16		23		35					
37	Вывод:									
38	Принимается гипотеза: Н1									
39										
40	=ЕСЛИ(В30<=С36;"Н1";ЕСЛИ(В30>D36;"Н0";"Н1 при уровне значимости P=0,05"))									
41										

Рис. 2 Расчет Т-критерия Вилкоксона

Критические значения критерия Вилкоксона

Объем выборки	Уровень значимости		Объем выборки	Уровень значимости	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0	...	28	130	101
6	2	...	29	140	110
7	3	0	30	151	120
8	5	1	31	163	130
9	8	3	32	175	140
10	10	5	33	187	151
11	13	7	34	200	162
12	17	9	35	213	173
13	21	12	36	227	185
14	25	15	37	241	198
15	30	19	38	256	211
16	35	23	39	271	224
17	41	27	40	286	238
18	47	32	41	302	252
19	53	37	42	319	266
20	60	43	43	336	281
21	67	49	44	353	296
22	75	55	45	371	312
23	83	62	46	389	328
24	91	69	47	407	345
25	100	76	48	426	362
26	110	84	49	446	379
27	119	92	50	466	397

Оценки достоверности различий сдвигов «после» - «до» для каждого исследуемого психологического признака (с указанием методики, теста) для выявления эффективности психокоррекционной работы по уровню статистической значимости выбранного критерия

Оценки достоверности различий сдвигов «после» - «до» для каждого исследуемого психологического признака (с указанием методики, теста) для выявления эффективности психокоррекционной работы по уровню статистической значимости выбранного критерия представляются в сводной табл. 1

Таблица 1

Оценки достоверности различий сдвигов «после» - «до» для каждого исследуемого психологического признака под влиянием психокоррекционной работы в экспериментальной группе

№ п/п	Психологический признак	Название психологической методики (теста)	Метод математической обработки	Эмпирическое значение критерия	Критическое значение критерия	Уровень статистической значимости
1	Высокий уровень тревоги	«Личностная шкала проявления тревоги» (Дж.Тейло, 1953)	G – критерий знаков	$G_{эмп} = 2$	$G_{кр(16)} = 2$	$G_{эмп} = G_{кр(16)} + 2 = 2 (p = 0,01)$
2	Высокий уровень тревоги	«Личностная шкала проявления тревоги» (Дж.Тейло, 1953)	T – критерий Вилкоксона	$T_{эмп} = 6$	$T_{кр(16)} = 23$	$T_{эмп} < T_{кр} + 6 < 23 (p < 0,01)$

В данную таблицу вносятся все психологические признаки, которые имеют уровень статистической значимости $p \leq 0,05$, $p \leq 0,01$.

3.6. Критерии оценки статистической достоверности сдвигов показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии трех и более замеров

3.6.1. Критерий χ^2 Фридмана

Назначение критерия

Критерий χ^2 применяется для сопоставления показателей, измеряемых в трех или более условиях на одной и той же выборке испытуемых (табл.1) [27, 94-101].

Таблица 1

Критерии оценки статистической достоверности сдвигов

Виды сдвигов	Объект сопоставлений	Условия	
		Количество во замеров	Количество во групп
1. Временные, ситуационные, умозрительные, измерительные.	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых в разное время, в разных ситуациях, в разных представляемых условиях или разными способами.	3 и более	1
2. Сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий.	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после воздействия: <ul style="list-style-type: none"> • при отсутствии контрольной группы; • при наличии контрольной группы; 	3 и более	1
		3 и более	2
3. Структурные сдвиги.	Разные показатели одних и тех же испытуемых	3 и более	1

Критерий χ^2 Фридмана позволит установить измерение величины психологических показателей от условия к условию, но он не указывает на направление изменений.

АЛГОРИТМ

Подсчет критерий χ_r^2 Фридмана

1. Проранжировать индивидуальные значения первого испытуемого, полученные им в 1-м, 2-м, 3-м и т.д. замерах по строке!

Проделать то же самое по отношению ко всем другим испытуемым **данной группы** (табл. 2).

Таблица 2

Показатели замеров и их ранги в группе испытуемых (по строке)

Код имени испытуемого	Показатель		Показатель		Показатель	
	1 замер	ранг	2 замер	ранг	3 замер	ранг
1		_____		_____		_____
2		_____		_____		_____
3		_____		_____		_____
4		_____		_____		_____

При этом меньшему значению начисляется не зависимо от номера замера 1 ранг, среднему значению – ранг 2, наибольшему – ранг 3.

2. Сумма же рангов подсчитывается по столбцам! для каждого из произведенных замеров (табл. 3).

Таблица 3

Показатели замеров и их сумма рангов в группе испытуемых (по столбцу)

Код имени испытуемого	Показатель		Показатель		Показатель	
	1 замер	ранг	2 замер	ранг	3 замер	ранг
1						
2						
3						
4						
Суммы						

3. Определить общую сумму рангов по столбцам.

4. Определить расчетную общую сумму рангов по формуле:

$$\sum R_i = n \cdot \frac{c \cdot (c + 1)}{2}$$

где n – количество испытуемых;

c – количество условий измерения (замеров).

5. Общая сумма рангов по столбцам должна совпадать с расчетной общей суммой рангов.

6. Определить эмпирическое значение χ_r^2 по формуле:

$$\chi_{r_{\text{эмп}}}^2 = \left[\frac{12}{n \cdot c \cdot (c + 1)} \cdot \Sigma(T_j^2) \right] - 3 \cdot n \cdot (c + 1)$$

где c – количество условий измерения (замеров);

n – количество испытуемых;

T_j – суммы рангов по каждому из условий.

7. Определить уровни статистической значимости для $\chi_{r_{\text{кр}}}^2$ Фридмана по таблицам:

7.1. Критические значения критерия χ_r^2 Фридмана для количества условий $c = 3$ и количества испытуемых от двух до девяти ($2 \leq n \leq 9$) (табл. 1).

Различия между условиями можно считать достоверными, если $\chi_{r_{\text{эмп}}}^2$ достигает соответствующего критического значения или превышает его (по Greene I. D'Olivera M., 1989):

$$\chi_{r_{\text{эмп}}}^2 \geq \chi_{r_{\text{кр}}}^2$$

7.2. Критические значения критерия χ_r^2 Фридмана для количества $c = 4$, $n \leq 4$ (табл. 2).

Различия между условиями можно считать достоверными, если $\chi_{r_{\text{эмп}}}^2$ достигает соответствующего критического значения $\chi_{r_{\text{кр}}}^2$ или превышает его [33]:

$$\chi_{r_{\text{эмп}}}^2 \geq \chi_{r_{\text{кр}}}^2$$

7.3. При большем количестве условий и (или) испытуемых необходимо:

- определить количество степеней свободы ν по формуле:

$$\nu = c - 1,$$

где c – количество условий (замеров).

- по таблице «Критические значения χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы ν » (табл. 3). Определить критические значения критерия χ^2 при данном числе степеней свободы ν .

Если $\chi_{r_{\text{эмп}}}^2$ достигает соответствующего критического значения $\chi_{r_{\text{кр}}}^2$ или превышает его, различия достоверны:

$$\chi_{r_{\text{эмп}}}^2 \geq \chi_{r_{\text{кр}}}^2$$

Пример.

Рассмотрим расчет критерия χ_r^2 Фридмана на конкретном примере.

По методике Л. И. Вансовской «Техника и беглость чтения» была обследована группа школьников ($n = 8$), произведено 3 замера.

Показатели скорости чтения (слов за минуту) по каждому испытуемому в данной выборке школьников представлены в табл. 4

Таблица 4

Показатели скорости чтения (слов за минуту) в группе школьников (n = 8)

Код имени испытуемого		Скорость чтения (слов за минуту)		
		Замер 1	Замер 2	Замер 3
1	К-в	58	76	115
2	П-в	66	95	130
3	Л-в	67	80	95
4	И-а	75	82	96
5	П-а	80	86	100
6	С-в	86	90	110
7	М-в	85	92	104
8	В-а	90	94	105
<i>Суммы</i>		607	695	970
<i>Средние</i>		75,9	86,9	106,9

Выбор метода математической обработки

Задача: Выявить достоверность различий исследуемого психологического признака – скорость чтения (слов за минуту) от условия к условию (от первого к третьему).

Условия решения задачи: 1 группа испытуемых;
3 замера показателей психологического признака – скорость чтения (слов за минуту).

Метод математической обработки: χ_r^2 - критерий Фридмана.

АЛГОРИТМ

подсчета χ_r^2 - критерия Фридмана

1. Составить таблицу для ранжирования индивидуальных значений каждого испытуемого данной группы. Проранжировать индивидуальные значения, начисляя ранг 1 меньшему значению, среднему	Таблица 5						
	Показатели замеров, ранги, суммы рангов						
	Код имени испытуемого	Замер р 1	Ранг	Замер 2	Ранг	Замер р 3	Ранг
1. К-в	58	1	76	2	115	3	
2. П-в	66	1	95	2	130	3	
3. Л-в	67	1	80	2	95	3	
4. И-а	75	1	82	2	96	3	
5. П-а	80	1	86	2	100	3	
6. С-в	86	1	90	2	110	3	
7. М-в	85	1	92	2	104	3	
8. В-а	90	1	94	2	105	3	

значению – ранг 2, наибольшему – ранг 3 (по строке!).	Суммы рангов		8		16		24
2. Подсчитать общую сумму рангов по каждому замеру (по столбцу!).	2. Общая сумма рангов (по столбцу): Замер 1 – 8 Замер 2 – 16 Замер 3 – 24 48						
3. Определить расчетную общую сумму рангов по формуле: $\Sigma R_i = n \cdot \frac{c(c+1)}{2}$ где n – количество испытуемых; c – количество условий измерения (замеров).	3. Расчетная общая сумма рангов $\Sigma R_i = 8 \cdot \frac{3 \cdot (3+1)}{2} = 8 \cdot \frac{12}{2} = 8 \cdot 6 = 48$						
4. Общая сумма рангов по столбцу должна совпадать с расчетной общей суммой рангов.	4. Общая сумма рангов совпадает с расчетной общей суммой рангов: $48 = 48$						
5. Определить эмпирическое значение $\chi_{r_{\text{эмп.}}}^2$ по формуле: $\chi_{r_{\text{эмп.}}}^2 = \left[\frac{12}{n \cdot c \cdot (c+1)} \cdot \Sigma(T_j^2) \right] - 3 \cdot n \cdot (c+1)$ где c – количество условий измерения (замеров); n – количество испытуемых; T_j – суммы рангов по каждому из условий.	5. Определить эмпирическое значение ($\chi_{r_{\text{эмп.}}}^2$) $\chi_{r_{\text{эмп.}}}^2 = \left[\frac{12}{8 \cdot 3 \cdot (3+1)} \cdot (8^2 + 16^2 + 24^2) \right] - 3 \cdot 8 \cdot (3+1) = \left[\frac{12}{8 \cdot 3 \cdot 4} \cdot (64 + 256 + 576) \right] - 3 \cdot 8 \cdot 4 = \left[\frac{12}{96} \cdot 896 \right] - 96 = \frac{10752}{96} = 112 - 96 = 16$ $\chi_{r_{\text{эмп.}}}^2 = 16$						
6. Определить уровни статистической	6. Критическое значение критерия χ_r^2 Фридмана для $c = 3$ и $n = 8$ $\chi_{r_{\text{кр.}}}^2 = 16$						

<p>значимости для $\chi^2_{кр.}$ Фридмана по таблицам.</p>	
<p>7. Вывод: Чем больше эмпирическое значение $\chi^2_{эмп.}$, тем более существенные расхождения сумм рангов оно отражает. Различия между условиями можно считать достоверными если $\chi^2_{эмп.}$ достигает соответствующего критического значения критерия $\chi^2_{кр.}$ или превышает его: $\chi^2_{эмп.} \geq \chi^2_{кр.}$</p>	<p>7. $\chi^2_{эмп.} = \chi^2_{кр.}$: 16 = 16 (p<0,0000036) Выявлена достоверность различий исследуемого психологического признака – скорость чтения (слов за минуту) от условия к условию (от первого к третьему).</p>

Таблица 3.11

Критические значения критерия χ_r^2 Фридмана для количества условий $s=3$ и количества испытуемых $2 \leq n \leq 9$

n=2		n=3		n=4		n=5	
χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ
0	1,000	0,000	1,000	0,0	1,000	0,0	1,000
1	0,833	0,667	0,944	0,5	0,931	0,4	0,954
3	0,500	2,000	0,528	1,5	0,653	1,2	0,691
4	0,167	2,667	0,361	2,0	0,431	1,6	0,522
		4,667	0,194	3,5	0,273	2,8	0,367
		6,000	0,028	4,5	0,125	3,6	0,182
				6,0	0,069	4,8	0,124
				6,5	0,042	5,2	0,093
				8,0	0,0046	6,4	0,039
						7,6	0,024
						8,4	0,0085
						10,0	0,00077
n=6		n=7		n=8		n=9	
χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ
0,00	1,000	0,000	1,000	0,00	1,000	0,000	1,000
0,33	0,956	0,286	0,964	0,25	0,967	0,222	0,971
1,00	0,740	0,857	0,768	0,75	0,794	0,667	0,814
1,33	0,570	1,143	0,620	1,00	0,654	0,889	0,865
2,33	0,430	2,000	0,486	1,75	0,531	1,556	0,569
3,00	0,252	2,571	0,305	2,25	0,355	2,000	0,398
4,00	0,184	3,429	0,237	3,00	0,285	2,667	0,328
4,33	0,142	3,714	0,192	3,25	0,236	2,889	0,278
5,33	0,072	4,571	0,112	4,00	0,149	3,556	0,187
6,33	0,052	5,429	0,085	4,75	0,120	4,222	0,154
7,00	0,029	6,000	0,052	5,25	0,079	4,667	0,107
8,33	0,012	7,143	0,027	6,25	0,047	5,556	0,069
9,00	0,0081	7,714	0,021	6,75	0,038	6,000	0,057
9,33	0,0055	8,000	0,016	7,00	0,030	6,222	0,048
10,33	0,0017	8,857	0,0084	7,75	0,018	6,889	0,031
12,00	0,00013	10,286	0,0036	9,00	0,0099	8,000	0,019
		10,571	0,0027	9,25	0,0080	8,222	0,016
		11,143	0,0012	9,75	0,0048	8,667	0,010
		12,286	0,00032	10,75	0,0024	9,556	0,0060
		14,000	0,000021	12,00	0,0011	10,667	0,0035
				12,25	0,00086	10,889	0,0029
				13,00	0,00026	11,556	0,0013
				14,25	0,000061	12,667	0,00066
				16,00	0,0000036	13,556	0,00035
						14,000	0,00020
						14,222	0,00097
						14,889	0,00054
						16,222	0,00011
						18,000	0,000006

Таблица 3.12

Критические значения критерия χ_r^2 Фридмана для количества условий $s=3$ и количества испытуемых $2 \leq n \leq 6$

$n=2$		$n=3$		$n=4$			
χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ	χ_r^2	ρ
0,0	1,000	0,0	1,000	0,0	1,000	5,7	0,141
0,6	0,958	0,6	0,958	0,3	0,992	6,0	0,105
1,2	0,834	1,0	0,910	0,6	0,928	6,3	0,094
1,8	0,792	1,8	0,727	0,9	0,900	6,6	0,077
2,4	0,625	2,2	0,608	1,2	0,800	6,9	0,068
3,0	0,542	2,6	0,524	1,5	0,754	7,2	0,054
3,6	0,458	3,4	0,446	1,8	0,677	7,5	0,052
4,2	0,375	3,8	0,342	2,1	0,649	7,8	0,036
4,8	0,208	4,2	0,300	2,4	0,524	8,1	0,033
5,4	0,167	5,0	0,207	2,7	0,508	8,4	0,019
6,0	0,042	5,4	0,175	3,0	0,432	8,7	0,014
		5,8	0,148	3,3	0,389	9,3	0,012
		6,6	0,075	3,6	0,355	9,6	0,0069
		7,0	0,054	3,9	0,324	9,9	0,0062
		7,4	0,033	4,5	0,242	10,2	0,0027
		8,2	0,017	4,8	0,200	10,8	0,0016
		9,0	0,0017	5,1	0,190	11,1	0,00094
				5,4	0,158	12,0	0,000072

Таблица 3.13

Критические значения χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы ν

p			p			p		
ν	0,05	0,01	ν	0,05	0,01	ν	0,05	0,01
1	3,841	6,635	35	49,802	57,342	69	89,391	99,227
2	5,991	9,210	36	50,998	58,619	70	90,631	100,425
3	7,815	11,345	37	52,192	59,892	71	91,670	101,621
4	9,488	13,277	38	53,384	61,162	72	92,808	102,816
5	11,070	15,086	39	54,572	62,428	73	93,945	104,010
6	12,592	16,812	40	55,758	63,691	74	95,081	105,202
7	14,067	18,475	41	56,942	64,950	75	96,217	106,393
8	15,507	20,090	42	58,124	66,206	76	97,351	107,582
9	16,919	21,666	43	59,304	67,459	77	98,484	108,771
10	18,307	23,209	44	60,481	68,709	78	99,617	109,958
11	19,675	24,725	45	61,656	69,957	79	100,749	111,144
12	21,026	26,217	46	62,830	71,201	80	101,879	112,329
13	22,362	27,688	47	64,001	72,443	81	103,010	113,512
14	23,685	29,141	48	65,171	73,683	82	104,139	114,695
15	24,996	30,578	49	66,339	74,919	83	105,267	115,876
16	26,296	32,000	50	67,505	76,154	84	106,395	117,057
17	27,587	33,409	51	68,669	77,386	85	107,522	118,236
18	28,869	34,805	52	69,832	78,616	86	108,648	119,414
19	30,144	36,191	53	70,993	79,843	87	109,773	120,591
20	31,410	37,566	54	72,153	81,069	88	110,898	121,767
21	32,671	38,932	55	73,311	82,292	89	112,022	122,942
22	33,924	40,289	56	74,468	83,513	90	113,145	124,116
23	35,172	41,638	57	75,624	84,733	91	114,268	125,289
24	36,415	42,980	58	76,778	85,950	92	115,390	126,462
25	37,652	44,314	59	77,931	87,166	93	116,511	127,633
26	38,885	45,642	60	79,082	88,379	94	117,632	128,803
27	40,113	46,963	61	80,232	89,591	95	118,752	129,973
28	41,337	48,278	62	81,381	90,802	96	119,871	131,141
29	42,557	49,588	63	82,529	92,010	97	120,990	132,309
30	43,773	50,892	64	83,675	93,217	98	122,108	133,476
31	44,985	52,191	65	84,821	94,422	99	123,225	134,642
32	46,194	53,486	66	85,965	95,626	100	124,342	135,807
33	47,400	54,776	67	87,108	96,828			
34	48,602	56,061	68	88,250	98,028			

3.6.2. L – критерий тенденций Пейджа

Назначение критерия

Критерий L Пейджа применяется для сопоставления показателей и тенденций в изменении величин данных показателей при переходе от условия к условию (от первого условия к третьему), измеренных в трех и более условиях на одной и той же выборке испытуемых [27, 101-106].

Критерий L можно рассматривать как продолжение критерия Фридмана, поскольку он не только констатирует различия, но и указывает на направление изменений (табл. 1).

Таблица 1

Критерии оценки статистической достоверности сдвигов

Виды сдвигов	Объект сопоставлений	Условия	
		Количество замеров	Количество групп
1. Временные, ситуационные, умозрительные, измерительные.	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых в разное время, в разных ситуациях, в разных представляемых условиях или разными способами.	3 и более	1
2. Сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий.	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после воздействия: <ul style="list-style-type: none">• при отсутствии контрольной группы;• при наличии контрольной группы.	3 и более	1
		3 и более	2
3. Структурные	Разные	3 и более	1

сдвиги.	показатели одних и тех же испытуемых		
---------	--	--	--

Ограничения L – критерия тенденций Пейджа

Нижний порог критерия Пейджа – 2 испытуемых, каждый из которых прошел не менее 3-х замеров в разных условиях. Верхний порог – 12 испытуемых и 6 условий ($n \leq 12$, $s \leq 6$). Если эти ограничения не выполняются – используют критерий χ^2 Фридмана.

АЛГОРИТМ

Подсчет критерия тенденций L Пейджа

1. Проранжировать индивидуальные данные по каждому испытуемому **(по строке!)**. При этом меньший ранг получает меньший замер (условие), больший ранг – большее условие (табл. 2).

Таблица 2

Показатели замеров и их ранги в группе испытуемых (по строке)

Код имени испытуемого	Показатель		Показатель		Показатель	
	1 замер	ранг	2 замер	ранг	3 замер	ранг
1		_____		_____		_____
2		_____		_____		_____
3		_____		_____		_____
4		_____		_____		_____

2. Подсчитать сумму рангов по каждому условию **(по столбцу!)** (табл.3).

Таблица 3

Показатели замеров и их сумма рангов в группе испытуемых (по столбцу)

Код имени испытуемого	Показатель		Показатель		Показатель	
	1 замер	ранг	2 замер	ранг	3 замер	ранг
1						
2						
3						
4						
5						
Суммы						

3. Расположить все замеры (условия) в порядке возрастания их ранговых сумм: на первом месте слева окажется условие с меньшей

ранговой суммой, за ним – условие со следующей по величине ранговой суммой и т.д., пока справа не окажется условие с самой большой ранговой суммой (возрастание ранговых сумм слева направо).

4. Подсчитать общую сумму рангов по столбцам.

5. Определить расчетную общую сумму рангов по формуле:

$$\Sigma R_i = n \cdot \frac{c(c+1)}{2}$$

где n – количество испытуемых;

c – количество условий измерения (замеров).

6. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной суммой.

7. Определить эмпирическое значение L по формуле:

$$L_{\text{эмп.}} = \Sigma(T_j \cdot j),$$

где T_j – сумма рангов по каждому условию;

j – порядковый номер, приписанный каждому условию в новой возрастающей последовательности.

Эмпирическое значение критерия L отражает степень различия между ранговыми суммами.

8. По таблице «Критические значения критерия тенденций L Пейджа для количества условий от трех до шести ($3 \leq c \leq 6$) и количества испытуемых от двух до двенадцати ($2 \leq n \leq 12$)» определить критические значения L для данного количества испытуемых (n) и данного количества условий (c).

Если $L_{\text{эмп.}}$ равен или превышает $L_{\text{кр.}}$ ($L_{\text{эмп.}} \geq L_{\text{кр.}}$) – **тенденция достоверна**, т.е. чем выше значение $L_{\text{эмп.}}$ по сравнению с $L_{\text{кр.}}$, тем более существенны различия ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$; $p \leq 0,001$).

9. Построить «ось значимости».

Рассмотрим расчет L – критерия тенденций Пейджа на конкретном примере.

Пример.

По методике Л. И. Вансовской «Техника и беглость чтения» была обследована группа школьников (n = 8), произведено 3 замера.

Показатели скорости чтения (слов за минуту) по каждому испытуемому в данной выборке школьников представлены в табл. 4

Таблица 4

Показатели скорости чтения (слов за минуту) в группе школьников (n = 8)

Код имени испытуемого		Скорость чтения (слов за минуту)		
		Замер 1	Замер 2	Замер 3
1	К-в	58	76	115
2	П-в	66	95	130
3	Л-в	67	80	95

4	И-а	75	82	96
5	П-а	80	86	100
6	С-в	86	90	110
7	М-в	85	92	104
8	В-а	90	94	105
<i>Суммы</i>		<i>607</i>	<i>695</i>	<i>970</i>
<i>Средние</i>		<i>75,9</i>	<i>86,9</i>	<i>106,9</i>

Выбор метода математической обработки

Задача: Выявить достоверность различий исследуемого психологического признака – скорость чтения (слов за минуту) при переходе от условия к условию (от первого к третьему).

Условия решения задачи: 1 группа испытуемых;
3 замера показателей психологического признака – скорость чтения (слов за минуту).

Метод математической обработки: L – критерий тенденций Пейджа.

АЛГОРИТМ

подсчета L – критерий тенденций Пейджа

1. Составить таблицу для ранжирования индивидуальных значений каждого испытуемого данной группы. Проранжировать индивидуальные значения, начисляя ранг 1 меньшему значению, среднему значению – ранг 2, наибольшему – ранг 3 (по строке!).	<i>Таблица 5</i>						
	Показатели замеров, ранги, суммы рангов						
	Код имени испытуемого	Замер 1	Ранг	Замер 2	Ранг	Замер 3	Ранг
	1. К-в	58	1	76	2	115	3
	2. П-в	66	1	95	2	130	3
	3. Л-в	67	1	80	2	95	3
	4. И-а	75	1	82	2	96	3
	5. П-а	80	1	86	2	100	3
	6. С-в	86	1	90	2	110	3
	7. М-в	85	1	92	2	104	3
8. В-а	90	1	94	2	105	3	
<i>Суммы рангов</i>		8		16		24	
2. Подсчитать общую сумму рангов по каждому замеру (по столбцу!).	2. Общая сумма рангов (по столбцу): Замер 1 – 8 Замер 2 – 16 <u>Замер 3 – 24</u> 48						
3. Расположить все замеры (условия) в порядке возрастания их ранговых сумм.	3. Таблица 5.						
4. Подсчитать общую	4. Общая сумма рангов по 3 столбцам:						

сумму рангов по столбцам.	$8 + 16 + 24 = 48$
5. Определить расчетную общую сумму рангов по формуле: $\Sigma R_i = n \cdot \frac{c(c+1)}{2}$ где n – количество испытуемых; с – количество условий измерения (замеров).	5. Расчетная общая сумма рангов $\Sigma R_i = 8 \cdot \frac{3 \cdot (3+1)}{2} = 8 \cdot \frac{12}{2} = 8 \cdot 6 = 48$ Расчетная общая сумма рангов = 48
6. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной суммой.	6. Общая сумма рангов совпадает с расчетной общей суммой: $48 = 48$
7. Определить эмпирическое значение L по формуле: $L_{\text{эмп.}} = \Sigma(T_j \cdot j),$ где T _j – сумма рангов по каждому условию; j – порядковый номер, приписанный каждому условию в новой (возрастающей) последовательности.	7. Определить эмпирическое значение (L _{эмп.}): $L_{\text{эмп.}} = (8 \cdot 1) + (16 \cdot 2) + (24 \cdot 3) = 8 + 32 + 72 = 112$ $L_{\text{эмп.}} = 112$
8. Определить критические значения L по таблице «Критические значения критерия тенденций L Пейджа для количества условий (3 ≤ c ≤ 6) и количества испытуемых (2 ≤ n ≤ 12)».	8. Критические значения L _{кр.} для данного количества испытуемых: n = 8 и данного количества условий: c = 3 $L_{\text{кр.}} = \begin{cases} 104 (p < 0,05) \\ 106 (p < 0,01) \\ 109 (p < 0,001) \end{cases}$
9. Тенденция достоверна если L _{эмп.}	9. L _{эмп.} > L _{кр.} $112 > 109 (p < 0,001)$

равен критическому значению или превышает его ($L_{кр.}$): $L_{эмп.} \geq L_{кр.}$	
10. Вывод: о тенденции в изменении величин данных показателей при переходе от условия к условию.	10. Вывод: выявлена достоверная тенденция в изменении величин психологического признака «скорость чтения (слов за минуту)» при переходе от условия к условию ($p < 0,001$).

Пример.

Шести школьникам предъявляют тест Равена. Фиксируется время решения каждого задания. Выясняется вопрос – будут ли найдены статистически значимые различия между временем решения первых пяти заданий теста?

Время решения первых пяти заданий теста у шести испытуемых (в сек.) приведены в таблице.

Таблица 6

Показатели скорости решения пяти заданий теста Равена (сек.) в группе школьников ($n = 6$) [22]

	1	2	3	4	5	6
№ задания № п/п	первое	второе	третье	четвертое	пятое	
1	8	3	5	12	24	
2	4	15	12	13	35	
3	6	23	15	20	18	
4	3	6	6	12	43	
5	7	12	3	8	12	
6	15	24	12	7	22	

Опустим обоснование применения L критерия тенденций Пейджа, так как оно аналогично предыдущим рассуждениям и приведем решение с использованием MS Excel (рис. 3.6.1).

Рабочем листе MS Excel создадим и заполним таблицу 1 исходных данных.

Подготовим бланк расчетной таблицы 2: внесем названия строк и столбцов.

Для заполнения табл.2. установим курсор сначала в ячейку B14, в которой будем рассчитывать ранг числа 8 из табл.1. Для этого воспользуемся кнопкой Вставка функции f_x и в категории Статистические выберем функцию РАНГ.

В появившемся диалоговом окне (рис. 3.6.2)

в первой строке Число указываем ссылку на ячейку В5, в которой расположено число 8;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	L – критерий тенденций Пейджа										
2	Табл. 1. Время выполнения заданий (сек.)										
3	Код имени испытуемого	Номер задания									
4		первое	второе	третье	четвертое	пятое					
5	1	8	3	5	12	24					
6	2	4	15	12	13	35					
7	3	6	23	15	20	18					
8	4	3	6	8	12	43					
9	5	7	12	3	8	14					
10	6	15	24	12	7	22					
11	Табл. 2. Ранги скорости выполнения заданий каждым испытуемым										
12	Код имени испытуемого	Номер задания									
13		первое	второе	третье	четвертое	пятое					
14	1	3	1	2	4	5					
15	2	1	4	2	3	5				=РАНГ(B5;\$B5:\$F5;1)	
16	3	1	5	2	4	3					
17	4	1	2	3	4	5					
18	5	2	4	1	3	5					
19	6	3	5	2	1	4					
20	Сумма рангов (T _j)	11	21	12	19	27				=СУММ(B15:B20)	
21	Номер j	1	4	2	3	5					
22											
23										=РАНГ(B21;\$B\$21:\$F\$21;1)	
24	Эмпирическое значение критерия Пейджа	$L_{эмп} =$	311							"=СУММПРОИЗВ(B21:F21;B22:F22)"	
25	По таблице критических значений критерия Пейджа для числа испытуемых n = 6 и для числа измерений c = 5.										
26		P									
27	n/c	0,05	0,01								
28	6/5	291	299								
29	Ось значимости:										
30											
31											
32											
33											
34											
35											
36											
37											
38											
39	Вывод:	Принимается гипотеза H1									
40											
41	"=ЕСЛИ(B33>=C38;"H1";ЕСЛИ(B33<B38;"H0";"H1 при уровне значимости P=0,05"))"										
42											

Рис.3.6.1. Расчет L критерия тенденций Пейджа с использованием MS Excel

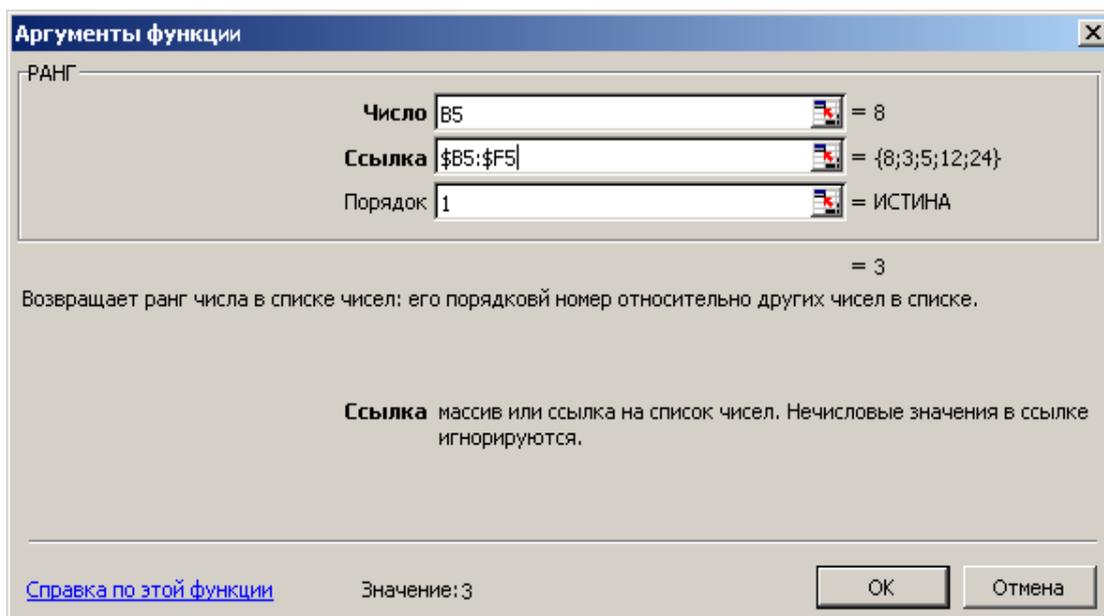


Рис. 3.6.2. Диалоговое окно функции РАНГ

переводим курсор в строку Ссылка и выделяем первую строку из Табл.1, соответствующую первому испытуемому В5:F5. Затем трижды нажимаем на функциональную клавишу F4 (получим \$B5:\$F5), что зафиксирует только номера столбцов и обеспечит в дальнейшем возможность для копирования формулы.

в строке Порядок указываем цифру 1, благодаря которой ранжирование будет проводиться в порядке возрастания.

нажимаем кнопку ОК.

В результате в ячейке В14 появится число 3 (ранг числа 8 в первой строке табл.1.).

Протягиваем формулу из ячейки В14 вправо на 5 столбцов и вниз на 6 строк методом протягивания (за маркер заполнения).

Подсчитываем сумму рангов R_i в первом столбце (в ячейке В20), используя автосуммирование – кнопку Σ . Протягиваем формулу из ячейки В20 вправо на 5 столбцов.

Определяем номер j суммы рангов каждого из столбцов: =РАНГ(В20;\$B\$20:\$F\$20;1). Протягиваем формулу вправо.

Для определения $L_{эмп}$ по формуле $L_{эмп.} = \Sigma(T_j \cdot j)$ воспользуемся встроенной функцией СУММПРОИЗВ (рис.3.6.3), где в строке Массив 1 указываем ссылку на строку с рангами T_j , а в строке Массив 2 – на строку с их номерами j . В результате, из формулы =СУММПРОИЗВ(В20:F20;В21:F21) получаем: $L_{эмп}=311$.

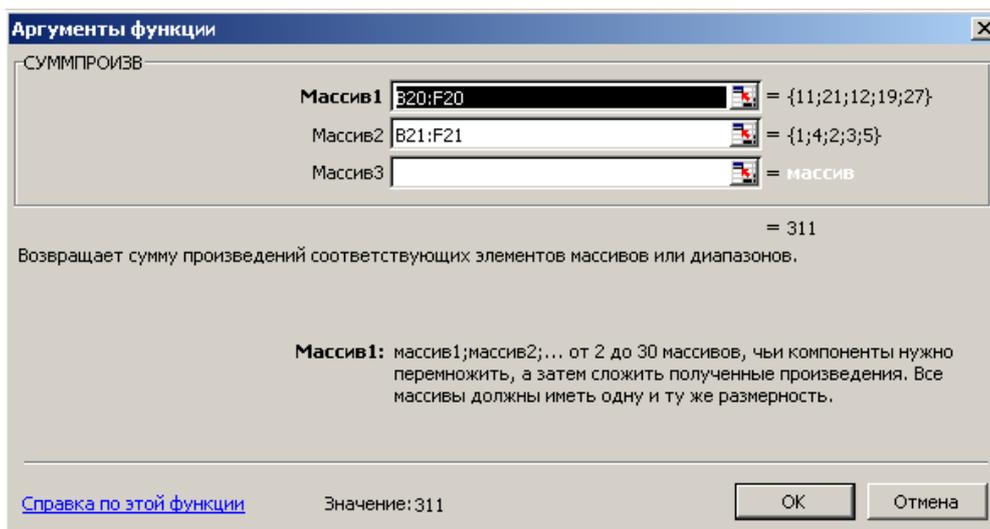


Рис. 3.6.3. Диалоговое окно функции СУММАПРОИЗВ

Последующие рассуждения производим без использования встроенных функций табличного процессора. Вывод можно получить, используя логическую функцию ЕСЛИ.

Таблица 3.14

**Критические значения критерия тенденций L Пейджа
для количества условий ($3 \leq c \leq 6$) и количества испытуемых
($2 \leq n \leq 12$)**

n	c (количество условий)				p
	3	4	5	6	
2	—	—	109	178	0,001
	—	60	106	173	0,01
	28	58	103	166	0,05
3	—	89	160	260	0,001
	42	87	155	252	0,01
	41	84	150	244	0,05
4	56	117	210	341	0,001
	55	114	204	331	0,01
	54	111	197	321	0,05
5	70	145	259	420	0,001
	68	141	251	409	0,01
	66	137	244	397	0,05
6	83	172	307	499	0,001
	81	167	299	486	0,01
	79	163	291	474	0,05
7	96	198	355	577	0,001
	93	193	346	563	0,01
	91	189	338	550	0,05
8	109	225	403	655	0,001
	106	220	393	640	0,01
	104	214	384	625	0,05
9	121	252	451	733	0,001
	119	246	441	717	0,01
	116	240	431	701	0,05
10	134	278	499	811	0,001
	131	272	487	793	0,01
	128	266	477	777	0,05
11	147	305	546	888	0,001
	144	298	534	869	0,01
	141	292	523	852	0,05
12	160	331	593	965	0,001
	156	324	581	946	0,01
	153	317	570	928	0,05

Контрольные вопросы

1. Назовите непараметрические методы, которые используются для выявления различий в уровне исследуемого психологического признака между двумя выборками
2. Назовите непараметрические методы для выявления статистической значимости различий в уровне исследуемого психологического признака между тремя выборками
3. Какой непараметрический метод используется для выявления статистической значимости различий в распределении показателей психологических признаков
4. Какой непараметрический метод применяется для выявления степени согласованности изменений психологических признаков
5. Перечислите непараметрические методы для оценки статистической достоверности сдвигов показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии двух замеров
6. Перечислите непараметрические методы для оценки статистической достоверности сдвигов показателей психологических признаков под влиянием экспериментальных воздействий при наличии трех и более замеров
7. К каким критериям относится Q – критерий Розенбаума
8. Охарактеризуйте назначение Q – критерий Розенбаума
9. В какой шкале должны быть представлены данные психологического исследования Q – критерий Розенбаума
10. Сколько классов должно быть представлено в порядковой шкале Q – критерий Розенбаума
11. Какой ряд считается первым при использовании Q – критерий Розенбаума
12. Какой ряд считается вторым при использовании Q – критерий Розенбаума
13. Назовите формулу для определения эмпирического значения Q – критерий Розенбаума
14. К каким критериям относится U – критерий Манна-Уитни
15. Охарактеризуйте значение U – критерия Манна-Уитни
16. Обоснуйте показания для применения U – критерия Манна-Уитни
17. Раскройте сущность правила ранжирования
18. Когда различия между двумя выборками при использовании критерия Манна-Уитни можно считать достоверными
19. В какой шкале могут быть представлены данные психологического исследования при использовании критерия ϕ^* Фишера
20. Назовите ограничения критерия ϕ^* Фишера
21. Охарактеризуйте назначение критерия ϕ^* Фишера

22. В чем состоит суть определения достоверности различий исследуемого психологического признака при использовании критерия φ^* Фишера

23. Охарактеризуйте назначение H – критерий Крускала-Уоллиса

24. Назовите ограничения H – критерий Крускала-Уоллиса

25. Что позволяет провести χ^2 – критерий Пирсона

26. В какой шкале позволяет сопоставить распределения значений психологических признаков χ^2 – критерий Пирсона

27. В какой шкале представляется распределение психологических признаков с использованием χ^2 – критерий Пирсона

28. Что позволяет определить метод ранговой корреляции Спирмена

29. Охарактеризуйте условия психологического исследования для выбора метода математической обработки r_s – коэффициента ранговой корреляции Спирмена

30. Как определяются критические значения коэффициента ранговой корреляции r_s Спирмена

31. Назовите показания к использованию критерия знаков G

32. Для чего используется критерий знаков G

33. Сколько выделяют видов сдвига при использовании критерия знаков G

34. Какие виды сдвига выделяют при использовании критерия знаков G

35. Что считается критическим значением $G_{кр}$ для данного числа наблюдений

36. Что считается эмпирическим значением критерия знаков G

37. Для чего применяется T – критерий Вилкоксона

38. По какой шкале измеряются значения психологических признаков при использовании T – критерия Вилкоксона

39. Чему подлежат абсолютные величины сдвигов при использовании T – критерия Вилкоксона

40. Раскройте суть математического метода T – критерия Вилкоксона

41. Обоснуйте назначение критерия χ_r^2 Фридмана

42. Раскройте сущность L – критерий Пейджа

Практические задания

1. Составьте пример алгоритма расчета эмпирического значения Q – критерий Розенбаума

2. Постройте «ось значимости» - графическое представление критерия Q – Розенбаума

3. Объясните особенности графического представления U – критерия Манна-Уитни

4. На конкретном психологическом примере: составьте алгоритм расчета эмпирического значения критерия U – Манна-Уитни, его сравнение с критическим значением, вывод о достоверности различий.

5. Приведите пример алгоритма расчета критерия φ^* – угловое преобразование Фишера на конкретном психологическом исследовании

6. Обоснуйте вывод по графическому представлению φ^* Фишера

7. Приведите формулу подсчета эмпирического значения критерия H – Крускала-Уоллиса

8. Приведите пример алгоритма подсчета H – критерия Крускала-Уоллиса на конкретном психологическом исследовании

9. Приведите алгоритм расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s между двумя психологическими признаками

10. Представьте алгоритм расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s между двумя психологическими признаками

11. Приведите примеры алгоритма расчета r_s – коэффициента ранговой корреляции Спирмена между двумя групповыми иерархиями психологических признаков

12. Приведите алгоритм расчета критерия знаков G на конкретном психологическом примере при отсутствии контрольной группы

13. Представьте алгоритм расчета критерия знаков G на конкретном психологическом примере при наличии контрольной группы

14. Представьте алгоритм расчета T – критерия Вилкоксона на конкретном психологическом примере при отсутствии контрольной группы

15. Приведите примеры алгоритма подсчета L – критерий тенденций Пейджа

16. Представьте алгоритм подсчета χ^2 - критерия Фридмана на конкретном психологическом примере

РАЗДЕЛ 4

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ОБЩЕЙ ПСИХОЛОГИИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИЗМЕНЕНИЙ ПРИЗНАКА ПОД ВЛИЯНИЕМ КОНТРОЛИРУЕМЫХ УСЛОВИЙ

В данном разделе раскрывается содержание методов математической статистики в общей психологии для оценки изменений психологического признака под влиянием контролируемых условий: дисперсионного и факторного анализа. Раскрывается содержание характеристик и алгоритмов S – критерия тенденций Джонкира, дисперсионного однофакторного анализа для несвязанных выборок, дисперсионного однофакторного анализа для связанных выборок, быстрых критериев дисперсионного анализа: критерий Линка и Уоллеса, критерий Немени, факторный анализ, которые используются в экспериментальных психологических исследованиях.

Ключевые слова и понятия: дисперсионный анализ как метод математической статистики, дисперсионный однофакторный анализ для несвязанных выборок, дисперсионный однофакторный анализ для связанных выборок, критерий Линка и Уоллеса, критерий Немени, S – критерия Джонкира, факторный анализ.

4.1. Дисперсионный анализ как метод математической статистики в общей психологии (Р.А.Фишер)

4.1.1. Алгоритм проверки нормальности распределения результативного признака

Дисперсионный анализ как статистический метод (автор Р.А.Фишер) относится к *параметрическим методам*. Он включает *среднее арифметическое значение* психологического признака (\bar{x}), *оценку дисперсии* (S) – стандартное отклонение или *среднее квадратическое отклонение* (сигма σ). Дисперсионный анализ применяется только при *нормальном распределении* результативного признака [27, 230-235].

Нормальность распределения результативного признака можно проверить путем расчета эмпирических значений для показателей асимметрии (A) и эксцесса (E) и сопоставления их с критическими значениями ($A_{кр}$) и ($E_{кр}$).

АЛГОРИТМ проверки нормальности распределения результативного признака

1. Определить среднее арифметическое (среднее значение) результативного признака по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

где x – каждое наблюдаемое значение признака;

i – индекс, указывающий на порядковый номер данного значения результативного признака;

n – количество наблюдений (испытуемых);

\sum – знак суммирования.

2. Вычислить стандартное отклонение (сигма) по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение результативности признака;

\bar{x} – среднее значение (среднее арифметическое);

n – количество наблюдений (испытуемых);

\sum – знак суммирования.

3. Рассчитать эмпирические значения для показателей асимметрии ($A_{эмп}$) и эксцесса ($E_{эмп}$) по формулам Н. А. Плохинского:

$$3.1. A_{эмп} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n * \sigma^3}$$

$$3.2. E_{эмп} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n * \sigma^4} - 3$$

где $(x_i - \bar{x})$ – центральные отклонения;

σ – стандартное отклонение;

n – количество испытуемых;

4. Определить ошибки репрезентативности показателей асимметрии (m_A) и эксцесса (m_E) по формулам:

$$4.1. m_A = \sqrt{\frac{6}{n}}$$

$$4.2. m_E = 2 * \sqrt{\frac{6}{n}}$$

где n – количество испытуемых.

5. Показатели асимметрии и эксцесса свидетельствуют о достоверном отличии эмпирических распределений от нормального в том случае, если они превышают по абсолютной величине свою ошибку репрезентативности в 3 и более раз.

$$5.1. t_A = \frac{|A_{эмп}|}{m_A} \geq 3$$

$$5.2. t_E = \frac{|E_{эмп}|}{m_E} \geq 3$$

6. Рассчитать критические значения для показателей асимметрии ($A_{кр}$) и эксцесса ($E_{кр}$) по формулам Е. И. Пустыльника:

$$6.1. A_{кр} = 3 * \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)*(n+3)}}$$

$$6.2. E_{кр} = 5 * \sqrt{\frac{24*n*(n-2)*(n-3)}{(n+1)^2*(n+3)*(n+5)}}$$

где n – количество наблюдений.

7. **Вывод:** распределение результативного признака не отличается от нормального если:

$$7.1. A_{эмп} < A_{кр}$$

$$7.2. E_{эмп} < E_{кр}$$

Полученные результаты являются показанием для использования метода математической обработки – **дисперсионного анализа.**

Рассмотрим нормальность распределения результативного признака на конкретном примере путем расчета показателей асимметрии ($A_{эмп}$) и эксцесса ($E_{эмп}$) и сопоставления их с критическими значениями ($A_{кр}$) и ($E_{кр}$) (табл. 1).

Таблица 1

Вычисление показателей асимметрии ($A_{эмп}$) и эксцесса ($E_{эмп}$) по результативному показателю методики Л.И.Вансовской (Техника и беглость чтения)

№	Скорость чтения (x_i)	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$
1	2	3	4	5	6
	58	-27	729	-19683	531441
	66	-19	361	-6859	130321
	67	-18	324	-5832	104976
	75	-10	100	-1000	10000
	80	-5	25	-125	625
	86	1	1	1	1
	88	3	9	27	81
	85	0	0	0	0
	84	-1	1	-1	1
	89	4	16	64	256
	90	5	25	125	625
	95	10	100	1000	10000

	98	13	169	2197	28561
	104	19	361	6859	130321
	110	25	625	15625	390625
	$\sum = 1275$		2846	-7602	1337834
	$\bar{x}_{cp.ap.} = 85$				

АЛГОРИТМ вычисления показателей асимметрии (А) и эксцесса (Е)

Расчет показателей асимметрии ($A_{эмп}$) и эксцесса ($E_{эмп}$) и сопоставления их с критическими значениями для показателей $A_{кр}$ и $E_{кр}$	Пример
<p>1. Определяем сумму (\sum) результативных показателей по таблице</p> <p>2. Определяем среднюю арифметическую по формуле: $\bar{x}_{cp.ap.} = \frac{\sum x_i}{n}$</p> <p>3. Рассчитываем стандартное отклонение (сигма) по формуле:</p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\delta_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ <p>4. Расчет показателя асимметрии</p> <p>4.1. Расчет эмпирического показателя асимметрии ($A_{эмп}$) по формуле:</p> $A_{эмп} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n * \sigma^3}$ <p>4.2. Расчет критического значения асимметрии $A_{кр}$ по формуле (Е.И.Пустыльник):</p>	<p style="text-align: center;">Таблица 1</p> <p>1. $\sum = 58 + 66 + 67 + 75... + 110 = 1275$ $\sum = 1275$</p> <p>2. $\bar{x}_{cp.ap.} = \frac{1275}{15} = 85$</p> <p>3. $\sigma = \sqrt{\frac{2846}{15-1}} = \sqrt{\frac{2846}{14}} = \sqrt{203,29} = 14,26$ $\sigma = 14,26$</p> <p>4.1. $A_{эмп.} = \frac{-7602}{15 * (14,26)^3} = \frac{-7602}{15 * 2898,4} = \frac{-7602}{43476,20} = -0,17$ $A_{эмп.} = -0,17$</p> <p>4.2. $A_{кр.} = 3 \sqrt{\frac{6 * (15-1)}{(15+1) * (15+3)}} = 3 \sqrt{\frac{6 * 14}{16 * 18}} = 3 \sqrt{\frac{84}{288}} = 3 \sqrt{0,292} = 3 * 0,54 = 1,62$ $A_{кр} = 1,62$</p>

$$A_{кр.} = 3 \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)*(n+3)}}$$

4.3. Сопоставляем $A_{эмп}$ с $A_{кр}$ и делаем вывод.

4.4. Определяем ошибку репрезентативности асимметрии ($A_{эмп}$) по формуле:

$$m_{A_{эмп}} = \sqrt{\frac{6}{n}}$$

4.5. Определяем абсолютную величину ошибки репрезентативности асимметрии ($A_{эмп}$) по формуле:

$$t_{A_{эмп.}} = \frac{|A_{эмп.}|}{m_{A_{эмп.}}} \geq 3$$

4.6. Вывод.

5. Расчет показателя эксцесса

5.1. Расчет эмпирического показателя эксцесса ($E_{эмп}$) по формуле:

$$E_{эмп} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^4}{n * \sigma^4} - 3$$

5.2. Расчет критического значения эксцесса $E_{кр}$ по формуле (Е.И.Пустыльник):

$$E_{кр} = 5 \sqrt{\frac{24 * n(n-2) * (n-3)}{(n+1) * (n+3) * (n+5)}}$$

5.3. Сопоставляем $E_{эмп}$ с $E_{кр}$ и делаем вывод.

4.3. $A_{эмп} = -0,17$

$$A_{кр} = 1,62$$

$$A_{эмп} < A_{кр}:$$

$$-0,17 < 1,62$$

$A_{эмп}$ меньше $A_{кр}$

4.4. $m_{A_{эмп}} = \sqrt{\frac{6}{15}} = \sqrt{0,4} = 0,63$

$$m_{A_{эмп}} = 0,63$$

4.5. $t_{A_{эмп.}} = \frac{-0,17}{0,63} = 0,28$

4.6. Показатель асимметрии ($A_{эмп}$) по абсолютной величине не превышает свою ошибку репрезентативности: $1,5 < 3$.

5.1.

$$E_{эмп.} = \frac{1337834}{15 * 41325,08} - 3 = \frac{1337834}{619876,22} - 3 = 2,16 - 3 = -0,84$$

5.2.

$$E_{кр} = 5 \sqrt{\frac{24 * 15(15-2) * (15-3)}{(15+1)^2 * (15+3) * (15+5)}} = 5 \sqrt{\frac{24 * 15 * 13 * 12}{16^2 * 18 * 20}} =$$

$$5 \sqrt{0,609} = 5 * 0,78 = 3,90$$

$$E_{кр} = 3,90$$

5.3. $E_{эмп} = -0,84$

$$E_{кр} = 3,90$$

$$E_{эмп} < E_{кр}:$$

$$-0,84 < 3,90$$

$E_{эмп}$ меньше $E_{кр}$

<p>5.4. Определяем ошибку репрезентативности эксцесса ($E_{мп}$) по формуле:</p> $m_{E_{мп}} = 2 * \sqrt{\frac{6}{n}}$ <p>5.5. Определим абсолютную величину ошибки репрезентативности эксцесса ($E_{эмп}$) по формуле:</p> $t_{E_{эмп}} = \frac{ E_{эмп} }{m_{E_{эмп}}} \geq 3$ <p>5.6. Вывод.</p> <p>6. Общий вывод на основе сопоставления эмпирических показателей асимметрии ($A_{эмп}$) и эксцесса ($E_{эмп}$) с их критическими значениями ($A_{кр}$) и ($E_{кр}$): $A_{эмп} < A_{кр}$ $E_{эмп} < E_{кр}$ В этом случае распределение результативного признака является нормальным и является показанием для применения метода математической обработки – дисперсионного анализа.</p>	<p>5.4. $m_{E_{эмп}} = 2 \sqrt{\frac{6}{n}} = 2 \sqrt{\frac{6}{15}} = 28\sqrt{0,4} = 2 * 0,63 = 1,26$ $m_{E_{эмп}} = 1,26$</p> <p>5.5. $t_{E_{эмп}} = \frac{ -0,84 }{1,26} = 0,67$</p> <p>5.6. Показатель эксцесса ($E_{эмп}$) по абсолютной величине не превышает свою ошибку репрезентативности: $0,067 < 3$ 6. Эмпирические показатели асимметрии и эксцесса ниже их критических значений: $A_{эмп} < A_{кр}$: $E_{эмп} < E_{кр}$: Это свидетельствует, что распределение результативного признака не отличается от нормального распределения и является показанием для применения метода математической обработки – дисперсионного анализа.</p>
--	--

4.1.2. Дисперсионный однофакторный анализ для несвязанных выборок

Дисперсионный анализ – это анализ, который рассматривает два вида психологических признаков. Одни из них являются факторами (причинами, независимыми переменными), другие – результатом (следствием) действия этих факторов или зависимой переменной. Следовательно, дисперсионный анализ – это факторный анализ, изучающий влияние одного психологического фактора (однофакторный) или нескольких (двухфакторный, многофакторный) на результативный психологический признак [15, 322-327].

Фактор может выступать как *целая величина* психологической методики (например, методика «Память на числа» для оценки кратковременной зрительной памяти), так и её градация (например, низкий, средний и высокий уровень развития кратковременной зрительной памяти). Следовательно, *градация* – это *уровень, степень фактора*.

Градации фактора должны представлять собой *номинативную шкалу*, то есть отличаться лишь качественно. Если градации фактора различаются лишь качественно, то их лучше называть *условиями* действия фактора или независимой переменной.

Выделяют следующие виды дисперсионного факторного анализа:

- **однофакторный** – изучают влияние *одного фактора* или его градаций (*условий*), которых должно быть не менее 3 (≥ 3), на изменение *результативного признака*.
- **многофакторный** – исследуется одновременно действие двух и более факторов, взаимодействие этих факторов в их влияние на один и тот же *результативный признак*.

Однофакторный дисперсионный анализ рассматривают для несвязанных и связанных выборок (табл. 1).

Таблица 1

Дисперсионный однофакторный анализ для несвязанных выборок

Задача	Условие	Метод
Выявить достоверность изменений результативного психологического признака	а) под влиянием фактора или его 3 и более (≥ 3) условий (градаций) б) 3 и более (≥ 3) выборки испытуемых	Однофакторный дисперсионный анализ Фишера

Однофакторный дисперсионный анализ предполагает, что выборки имеют *разные выборочные средние и одинаковые выборочные дисперсии*. Поэтому необходимо ответить на вопрос, оказал ли этот фактор существенное влияние на *разброс выборочных средних* или разброс является следствием *случайностей*, вызванных небольшими объемами выборок. Следовательно, фактор оказывает влияние на разброс выборочных средних, поэтому разброс между выборками (группами) должен быть не больше, чем разброс данных внутри этих выборок (групп).

Преимущество однофакторного дисперсионного анализа по сравнению с непараметрическими методами – *неограниченность в объёмах выборок*.

Рассмотрим упрощённый вариант расчёта критерия Фишера

Формула для расчёта эмпирического значения критерия Фишера:

$$F_{\text{эмп.}} = \frac{S_2^2}{S_1^2}$$

где дисперсия S_2^2 характеризует разброс средних значений результативных показателей между выборками (группами) – это *систематическая вариация* и означает *вариативность* признака, обусловленную действием исследуемого фактора;

Дисперсия S_1^2 – характеризует разброс средних значений результативных показателей внутри выборок (групп). Это *случайная вариация* признака, обусловленная неучтёнными факторами, её также называют «остаточной дисперсией» или случайной вариативностью.

Формулы для расчёта оценок дисперсии:

$$S_2^2 = \frac{Q_2}{p-1} \qquad S_1^2 = \frac{Q_1}{N-p}$$

где Q_2 – сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней;

Q_1 – сумма квадратов отклонений от групповых средних.

Формула общей суммы квадратов отклонений:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2$$

где Q_0 – общая сумма квадратов отклонений.

Формула расчёта величины Q_2 :

$$Q_2 = \sum \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{G^2}{N}$$

где T_j – сумма индивидуальных значений по каждому из условий (градаций) фактора;

T_j^2 – квадрат суммы индивидуальных значений по каждому из условий (градаций) фактора;

$\sum T_j^2$ – сумма квадратов суммарных значений по каждому из условий (градаций) фактора;

n_j – количество испытуемых в каждой группе (в каждом из условий);

G – общая сумма индивидуальных значений по каждому из условий (градаций) фактора;

G^2 – квадрат общей суммы индивидуальных значений по каждому из условий (градаций) фактора;

N – общее количество индивидуальных значений (испытуемых).

Формула расчёта величины Q_1 :

$$Q_1 = \sum \sum x_i^2 - \sum T_i$$

где X_i – каждое индивидуальное значение по каждому из условий (градаций фактора);

X_i^2 – квадрат каждого индивидуального значения по каждому из условий (градаций фактора);

$\sum X_i^2$ – сумма квадратов индивидуальных значений по каждому из условий (градаций фактора);

$\sum \sum x_{ij}^2$ – общая сумма квадратов индивидуальных значений по всем условиям (градациям фактора);

$\sum T_i^2$ – сумма квадратов суммарных значений по каждому из условий (градаций фактора);

n_j – количество испытуемых в каждой группе (в каждом из условий).

Рассмотрим конкретный пример [11, 192].

Задача

Четыре группы учащихся ПТУ обучались по четырём типам методики. Эффективность типов методики оценивалась по сумме обработанных учащимися деталей в течение одного дня.

Полученные результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты диагностирования учащихся

№ учащихся	1 группа	2 группа	3 группа	4 группа
1	60	75	60	95
2	80	66	80	85
3	75	85	65	100
4	80	80	60	80
5	85	70	86	
6	70	80	75	
7		90		
n – число учащихся в группах	$n_1=6$	$n_2=7$	$n_3=6$	$n_4=4$

общая сумма деталей по группам (Σ)	450	546	426	360
--	-----	-----	-----	-----

Задача: выявить достоверность различий четырёх типов методики обучения на эффективность производственных навыков учащихся.

Условие: регулируемый *фактор* – 4 типа методики обучения
4 группы учащихся;

Результативный признак (зависимая переменная) – количество деталей обработанных каждым учащимся.

Метод математической обработки – однофакторный дисперсионный анализ. Этот метод математической обработки выбран потому, что имеет место четыре типа методики обучения, и их влияние на эффективность производственных навыков 4 групп учащихся.

Составим таблицу для расчёта величины Q_2 (табл. 3).

Таблица 3

Начальная таблица для расчёта Q_2

№ учащихся	1 группа (C_1)	2 группа (C_2)	3 группа (C_3)	4 группа (C_4)
1	60	75	60	85
2	80	66	80	100
3	75	85	65	80
4	80	80	60	
5	85	70	86	
6	70	80	75	
7		90		
n – число учащихся в группах	$n_1 = 6$	$n_2 = 7$	$n_3 = 6$	$n_4 = 4$
T – количество деталей в каждом из условий (группе)	$T_1 = 450$	$T_2 = 546$	$T_3 = 426$	$T_4 = 360$

где C – количество условий.

АЛГОРИТМ
расчёта величин Q_2

Расчёт величины Q_2	Пример
1. Составить таблицу для расчёта величины Q_2	1.Таблица 3
2. Подсчитать количество испытуемых в каждой группе (в каждом из условий) – n	2. Количество учащихся по каждой группе (условию): $n_1 = 6$ $n_2 = 7$ $n_3 = 6$ $n_4 = 4$
3. Подсчитать количество условий – С	3. С = 4 типа методики обучения
4. Подсчитать суммы индивидуальных значений по каждому из условия (в каждой группе) T_j	4. Количество деталей в каждом условии (группе) $T_1 = 450$ $T_2 = 546$ $T_3 = 426$ $T_4 = 360$
5. Возвести T_j в квадрат - T_j^2	5. $T_1^2 = 450^2 = 202500$ $T_2^2 = 546^2 = 298116$ $T_3^2 = 426^2 = 181476$ $T_4^2 = 360^2 = 129600$
6. Определить по каждому условию (группе): $\frac{T_i^2}{n_j}$ – среднее арифметическое значение	6. Среднее арифметическое значение по каждому условию (группе): $\frac{T_1^2}{n_1} = \frac{450^2}{6} = 33750$ $\frac{T_2^2}{n_2} = \frac{546^2}{7} = 42588$ $\frac{T_3^2}{n_3} = \frac{426^2}{6} = 30246$ $\frac{T_4^2}{n_4} = \frac{360^2}{4} = 32400$

7. Определить общую сумму: $\sum \frac{T_i^2}{n_j}$	7. Общая сумма: $\frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2} + \frac{T_3^2}{n_3} + \frac{T_4^2}{n_4} =$ $= \frac{450^2}{6} + \frac{546^2}{7} + \frac{426^2}{6} + \frac{360^2}{4} =$ $= 138984$
8. Определить общую сумму индивидуальных значений по каждому условию (группе) – G	8. $G = 450 + 546 + 426 + 360 = 1782$
9. Возвести общую сумму индивидуальных значений в квадрат - G^2	9. $G^2 = 1782^2 = 3175524$
10. Найти среднюю величину $\frac{C_1^2}{N}$ где N – общее количество индивидуальных значений (испытуемых)	10. $\frac{C_1^2}{N} = \frac{1782^2}{23} = 138066,26$
11. Рассчитать величину Q_2 по формуле: $Q_2 = \sum \frac{T^2}{n_j} - \frac{C_1^2}{N}$	11. $Q_2 = \frac{450^2}{6} + \frac{546^2}{7} + \frac{426^2}{6}$ $+ \frac{360^2}{4} - \frac{1782^2}{23} =$ $= 138984 - 138066,26 = 917,74$
12. Определить дисперсию $S_2^2 = \frac{Q_2}{C-1}$, где C – количество условий (градаций фактора)	12. $S_2^2 = \frac{917,74}{4-1} = \frac{917,74}{3} = 305,91$

Составим таблицу для расчёта величины Q_1 (табл.4).

Таблица 4

Величина расчёта Q_1

№ учащихся	Условие 1		Условие 2		Условие 3		Условие 4	
	x_1	x_1^2	x_2	x_2^2	x_3	x_3^2	x_4	x_4^2
1	60	3600	75	5625	60	3600	95	9025
2	80	6400	66	4356	80	6400	85	7225
3	75	5625	85	7225	65	4225	100	10000
4	80	6400	80	6400	60	3600	80	6400
5	85	7225	70	4900	86	7396		
6	70	4900	80	6400	75	5625		
7			90	8100				
Σ	450	34150	546	43006	426	30846	360	32650

АЛГОРИТМ Расчёта величин Q_1

Расчёт величины Q_1	Пример
Составить таблицу для расчёта величины Q_1	Таблица 4
Каждое индивидуальное значение (x_j) по каждому из условий возвести в квадрат (x_j^2)	2. Таблица 4
Подсчитать сумму квадратов ($\sum x_j^2$) индивидуальных значений по каждому из условий (C_j)	3. Сумма квадратов ($\sum x_j^2$): $C_1 = 34150$ $C_2 = 43006$ $C_3 = 30846$ $C_4 = 32650$
Подсчитать общую сумму квадратов индивидуальных значений по всем условиям	4. Общая сумма $\sum \sum x^2 =$ $= 34150 + 43006 + 30846 + 32650 =$ $= 140652$
Определить общую сумму $\sum \frac{T_i^2}{N_i}$ (алгоритм $Q_2, N7$).	5. Общая сумма $\sum \frac{T_i^2}{N_j} =$ $= \frac{450^2}{6} + \frac{546^2}{7} + \frac{426^2}{6} + \frac{360^2}{4} = 138984$
Расчитать величину Q_1 по формуле: $Q_1 = \sum \sum x_i^2 - \sum \frac{T_i^2}{N_i}$	6. $Q_1 = 140652 -$ $\left[\frac{450^2}{6} + \frac{546^2}{7} + \frac{426^2}{6} + \frac{360^2}{4} \right] =$ $= 140652 - 138984 = 1668$
Определить дисперсию S_1^2 (случайная вариация) по формуле: $S_1^2 = \frac{Q_1}{N-c}$, где N – общее количество индивидуальных значений.	7. $S_1^2 = \frac{1668}{23-4} = \frac{1668}{19} = 87,78$

С – количество условий (градаций) фактора.	
После определения S_1^2 и S_2^2 находим $F_{эмп.}$ по формуле: $F_{эмп.} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{305,91}{87,78} = 3,48$	
Далее:	
<p>Для определения критических значений критерия F Фишера необходимо определить следующее число степеней свободы (df):</p> $df_{1(факт)} = C - 1$ $df_{общ.} = N - 1$ $df_{2(случ.)} = df_{общ.} - df_{1(факт)}$ <p>где с – количество условий (градаций фактора) N – общее количество индивидуальных значений.</p> <p>По таблице «Критические значений критерия F Фишера» и определяем:</p> df_1 – число степеней свободы в числителе df_2 – число степеней свободы в знаменателе <p>На пересечении df_1 и df_2 находим критические значения критерия F Фишера для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $\leq 0,01$</p> <p>Влияние фактора или взаимодействие факторов достоверно, если:</p> $F_{эмп.} \geq F_{кр.} (p \leq 0,05)$ <p>и тем более достоверно,</p>	$df_1 = 4 - 1 = 3$ $df_{общ.} = 23 - 1 = 22$ $df_2 = 22 - 3 = 19$ <p>Находим по таблице критических значений критерия F Фишера $F_{кр.}$ для $df_1 = 3$ $df_2 = 19$</p> $F_{кр.} = \begin{cases} 3,13 (p \leq 0,05) \\ 5,01 (\leq 0,01) \end{cases}$ $F_{эмп.} > F_{кр.} :$ $3,48 > 3,13 (p < 0,05)$

если: $F_{\text{эмп}} \geq F_{\text{кр}} (p \leq 0,01)$	
Вывод.	Выявлено достоверное влияние типа методики обучения на эффективность производственных навыков учащихся ($p < 0,05$)
Графическое представление критерия F Фишера. Построить «ось значимости».	Построим «ось значимости»

4.1.3. Дисперсионный однофакторный анализ для связанных выборок

Назначение: дисперсионный однофакторный анализ для связанных выборок используется для выявления изменений *результативного признака* под влиянием *разных градаций (условий) одного фактора*. Однофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок выявляет достоверность изменений *результативного признака* как под влиянием *разных градаций (условий) фактора*, так и *фактор индивидуальных различий* между испытуемыми. Этот метод является параметрическим. Непараметрический вариант этого вида анализа – критерий Фридмана χ^2_r [15, 332-334].

Для использования данного метода необходимо:

Составить две таблицы:

- первая – для изучения влияния разных градаций (условий) фактора;
- вторая – для изучения влияния фактора индивидуальных различий между испытуемыми.

Определить 4 типа дисперсий (SS):

- фактическую ($SS_{\text{факт.}}$);
- по испытуемым ($SS_{\text{н.сп.}}$);
- общую ($SS_{\text{общ.}}$);
- случайную ($SS_{\text{сл.}}$).

$SS_{\text{факт.}}$ – выявляет различия *результативного признака*, обусловленные действием исследуемых градаций (условий) фактора.

Формула расчета:

$$SS_{\text{факт.}} = 1/n * \sum T_c^2 - 1/N * (\sum X_i)^2$$

где T_c – сумма индивидуальных значений по каждой градации (условию) фактора (по столбцам)

c – количество градаций (условий) фактора.

n – количество градаций (условий) фактора в каждой группе.

N – общее количество индивидуальных значений.

$(\sum x_i)^2$ – квадрат общей суммы индивидуальных значений.

4. $SS_{\text{нсп.}}$ – выявляет различия результативного признака, обусловленные индивидуальными значениями испытуемых.

Формула расчета:

$$SS_{\text{нсп.}} = 1/c * \sum T_u^2 - 1/N * (\sum X_i)^2$$

где T_u – сумма индивидуальных значений по каждому испытуемому (по строке).

c – количество градаций (условий) фактора.

$(\sum x_i)^2$ – квадрат общей суммы индивидуальных значений.

N – общее количество индивидуальных значений.

5. Формула расчета:

$$SS_{\text{общ.}} = \sum (x_i^2) - 1/N * (\sum x_i)^2$$

где $\sum (x_i^2)$ – сумма квадратов индивидуальных значений.

N – общее количество индивидуальных значений.

$(\sum x_i)^2$ – квадрат общей суммы индивидуальных значений.

6. $SS_{\text{сл.}}$ – выявляет различие результативного признака, обусловленные действием случайных градаций (условий) фактора.

Формула расчета:

$$SS_{\text{сл.}} = SS_{\text{общ.}} - SS_{\text{факт.}} - SS_{\text{нсп.}}$$

7. Подсчитать число степеней свободы:

$$7.1. df_{\text{факт.}} = c - 1$$

$$7.2. df_{\text{нсп.}} = n - 1$$

$$7.3. df_{\text{общ.}} = N - 1$$

$$7.4. df_{\text{сл.}} = df_{\text{общ.}} - df_{\text{факт.}} - df_{\text{нсп.}}$$

8. Определить MS – усредненную величину соответствующих SS по формулам.

$$8.1. MS_{\text{факт.}} = \frac{SS_{\text{факт.}}}{df_{\text{факт.}}}$$

$$8.2. MS_{\text{нсп.}} = \frac{SS_{\text{нсп.}}}{df_{\text{нсп.}}}$$

$$8.3. MS_{\text{сл.}} = \frac{SS_{\text{сл.}}}{df_{\text{сл.}}}$$

9. Определить эмпирическое значение F по формулам:

$$9.1 F_{\text{эмп. (факт.)}} = \frac{MS_{\text{факт.}}}{MS_{\text{сл.}}}$$

$$9.2 F_{\text{эмп. (нсп.)}} = \frac{MS_{\text{нсп.}}}{MS_{\text{сл.}}}$$

10. По таблице «Критические значения критерия F Фишера для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ » определяем:

$$10.1. F_{\text{кр. (факт.)}}; df_{1(\text{факт.})}; df_{2(\text{сл.})}$$

$$10.2. F_{\text{кр. (нсп.)}}; df_{1(\text{нсп.})}; df_{2(\text{сл.})}$$

df_1 - число степеней свободы в числителе (по строке)

df_2 - число степеней свободы в знаменателе (по столбцам)

По таблице на пересечении df_1 и df_2 находим критические значения критерия F Фишера.

11. Вывод. Влияние фактора (его градаций, условий) достоверно, если:

$$F_{\text{эмп. (факт.)}} \geq F_{\text{кр. (факт.)}}$$

$$F_{\text{эмп. (нсп.)}} \geq F_{\text{кр. (нсп.)}}$$

Рассмотрим применение дисперсионного однофакторного анализа для связанных выборок на конкретном примере.

Пример

Группа учащихся из 7 человек занималась изучением иностранного языка по трем различным методикам. Результаты успеваемости учащихся представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты успеваемости учащихся (оценки)

№ учащихся	Методика 1	Методика 2	Методика 3
1	3	4	4
2	3	4	4
3	4	4	5
4	4	4	5
5	4	4	5
6	3	4	5
7	4	4	5

Задача: Выявить, изменения *результативного признака* (успеваемости учащихся) под влиянием *регулируемого фактора*:

- типа методики обучения;
- индивидуальных различий между испытуемыми.

Условие: 1 группа учащихся – $n = 7$

3 типа методики обучения.

Метод математической обработки – дисперсионный однофакторный анализа для связанных выборок (параметрический).
Составим две таблицы (табл. 2 и 3).

Таблица 2

Влияние разных условий фактора на успеваемость учащихся (оценки)

Код испытуемых	Условие 1	Условие 2	Условие 3	Сумма по испытуемым (T_u)
1	3	4	4	11
2	3	4	4	11
3	4	4	5	13
4	4	4	5	13
5	4	4	5	13
6	3	4	5	12
7	4	4	5	13
Сумма T_c	25	28	33	$(\sum x_i) = 86$

$$n = 7$$

$$N = 21$$

Таблица 3

Индивидуальные различия между испытуемыми (x_i и x_i^2)

Код испытуемых	Условие 1		Условие 2		Условие 3	
	X_1	X_1^2	X_2	X_2^2	X_3	X_3^2
1	3	9	4	16	4	16
2	3	9	4	16	4	16
3	4	16	4	16	5	25
4	4	16	4	16	5	25
5	4	16	4	16	5	25
6	3	9	4	16	5	25
7	4	16	4	16	5	25
Сумма $\sum(x_i^2)$		91		112		157

АЛГОРИТМ

подсчета дисперсионного однофакторного анализа для связанных выборок

Подсчет критерия F Фишера	Пример
1. Составить 2 таблицы:	1. Таблица 2

<p>первая – для изучения разных градаций (условий) фактора.</p> <p>вторая – для изучения влияния фактора индивидуальных различий между испытуемыми.</p>	<p>Таблица 3</p>
<p>2. По первой таблице подсчитат $SS_{\text{факт.}}$ по формуле:</p> $SS_{\text{факт.}} = 1/n * \sum T^2_c - 1/N * (\sum x_i)^2$ <p>где T_c - сумма индивидуальных значений по каждому из условий (столбцу)</p> <p>n – количество испытуемых N – общее количество индивидуальных значений $(\sum x_i)^2$ – квадрат общей суммы индивидуальных значений</p>	<p>2. $n = 7$ $c = 3$ $\sum T_{c1} = 25; \quad \sum T_{c2} = 28; \quad \sum T_{c3} = 33; \quad \sum x_i = 86.$ $N = 21$ $(\sum x_i)^2 = 86^2 = 7396$</p> $SS_{\text{факт.}} = \frac{25^2 + 28^2 + 33^2}{7} - \frac{7396}{21} = \frac{652 + 784 + 1089}{7} - \frac{7396}{21} = \frac{2498}{7} - \frac{7396}{21}$ $= -356,86 - 352,19 = 4,67$ <p>$SS_{\text{факт.}} = 4,67$</p>
<p>3. По первой таблице подсчитать $SS_{\text{нсп.}}$ по формуле:</p> $SS_{\text{нсп.}} = 1/c * \sum T_u^2 - 1/n * (\sum x_i)^2$ <p>где T_u – сумма индивидуальных значений по каждому испытуемому (по строке)</p>	<p>3. $c = 3$ $\sum T_{u1} = 11 \quad \sum T_{u5} = 13$ $\sum T_{u2} = 11 \quad \sum T_{u6} = 12$ $\sum T_{u3} = 13 \quad \sum T_{u7} = 13$ $\sum T_{u4} = 13$</p> $SS_{\text{нсп.}} = \frac{11^2 + 11^2 + 13^2 + 13^2 + 13^2 + 12^2 + 13^2}{3} - \frac{86^2}{21}$ $= \frac{121 + 121 + 169 + 169 + 169 + 144 + 169}{3} - \frac{7396}{21} = \frac{1062}{3} - \frac{7396}{21}$ $= 354 - 352,19 = 1,81$ <p>$SS_{\text{нсп.}} = 1,81$</p>

<p>c – количество градаций (условий) фактора</p>	
<p>4. По второй таблице подсчитать по формуле:</p> $SS_{\text{общ.}} = \sum (x_i^2) - 1/N * (\sum_{\text{общ.}i} x_i)^2 = 7,81$ <p>где $\sum(x_i^2)$ - сумма квадратов индивидуальных значений по столбцам</p>	<p>4.</p> $SS_{\text{общ.}} = 91 + 112 + 157 - \frac{7396}{21} = 360 - 352,19 = 7,81$
<p>5. Подсчитать $SS_{\text{сл.}}$ по формуле:</p> $SS_{\text{сл.}} = SS_{\text{общ.}} - SS_{\text{факт.}} - SS_{\text{нсп.}} = 1,33$	<p>5. $SS_{\text{сл.}} = 7,81 - 4,67 - 1,81 = 1,33$</p>
<p>6. Подсчитать число степеней свободы:</p> <p>6.1. $df_{\text{факт.}} = c - 1$ 6.2. $df_{\text{нсп.}} = n - 1$ 6.3. $df_{\text{общ.}} = N - 1$ 6.4. $df_{\text{сл.}} = df_{\text{общ.}} - df_{\text{факт.}} - df_{\text{нсп.}}$</p>	<p>6.</p> <p>6.1. $df_{\text{факт.}} = 3 - 1 = 2$ 6.2. $df_{\text{нсп.}} = 7 - 1 = 6$ 6.3. $df_{\text{общ.}} = 21 - 1 = 20$ 6.4. $df_{\text{сл.}} = 20 - 2 - 6 = 12$</p>
<p>7. Определить MS-усредненную величину SS по формулам:</p> <p>7.1. $MS_{\text{факт.}} = \frac{SS_{\text{факт.}}}{df_{\text{факт.}}}$ 7.2. $MS_{\text{нсп.}} = \frac{SS_{\text{нсп.}}}{df_{\text{нсп.}}}$ 7.3. $MS_{\text{сл.}} = \frac{SS_{\text{сл.}}}{df_{\text{сл.}}}$</p>	<p>7.</p> <p>7.1. $MS_{\text{факт.}} = \frac{4,67}{2} = 2,33$ 7.2. $MS_{\text{нсп.}} = \frac{1,81}{6} = 0,30$ 7.3. $MS_{\text{сл.}} = \frac{1,23}{12} = 0,11$</p>
<p>8. Определить эмпирическое значения по формулам:</p> <p>8.1. $F_{\text{эмп.}(факт.)} = \frac{MS_{\text{факт.}}}{MS_{\text{сл.}}}$ 8.2. $F_{\text{эмп.}(исп.)} = \frac{MS_{\text{исп.}}}{MS_{\text{сл.}}}$</p>	<p>8.</p> <p>8.1. $F_{\text{эмп.}(факт.)} = \frac{2,33}{0,11} = 21,18$ 8.2. $F_{\text{эмп.}(исп.)} = \frac{0,30}{0,11} = 2,73$</p>
<p>9. По таблице «Критические значения критерия F Фишера для уровней</p>	<p>9.1. $F_{\text{кр.}(факт.)}; df_{1(факт.)} = 2; df_{2(сл.)} = 12$ $F_{\text{кр.}(факт.)} = \begin{cases} 3,88(p \leq 0,05) \\ 6,93(p \leq 0,01) \end{cases}$ 9.2. $F_{\text{кр.}(исп.)}; df_{1(исп.)} = 6; df_{2(сл.)} = 12$</p>

<p>статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ « определить:</p> <p>9.1. $F_{кр.(факт.)}$ - по числу степеней свободы : $df_{1(факт.)}$ и $df_{2(сл.)}$</p> <p>9.2. $F_{кр.(исп.)}$ - по числу степеней свободы $df_{1(исп.)}$ и $df_{2(сл.)}$ df_1 - число степеней свободы в числителе (по строке) df_2 - число степеней свободы в знаменателе (по столбцу)</p> <p>На пересечении df_1 и df_2 определяем критические значения критерия F Фишера для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$; $P \leq 0,01$:</p> <p>$F_{кр.(факт.)}$ $F_{кр.(исп.)}$</p>	$F_{кр.(исп.)} = \begin{cases} 3,00 (p \leq 0,05) \\ 4,82 (p \leq 0,01) \end{cases}$
<p>10. Вывод о достоверном влиянии градаций (условий) фактора на результативный признак, если:</p> <p>10.1. $F_{эмп.(факт.)} \geq F_{кр.(факт.)}$ $(P \leq 0,05; P \leq 0,01)$</p> <p>10.2. $F_{эмп.(исп.)} \geq F_{кр.(исп.)}$ $(P \leq 0,05; P \leq 0,01)$</p>	<p>10.</p> <p>10.1. $F_{эмп.(факт.)} > F_{кр.(факт.)}$: $21,18 > 6,93(p < 0,01)$</p> <p>10.2. $F_{эмп.(исп.)} < F_{кр.(исп.)}$: $2,73 < 3,00(p > 0,05)$</p> <p>Вывод:</p> <p>1. Выявлено достоверное влияние типа методики обучения на успеваемость учащихся ($p < 0,01$)</p> <p>2. Не выявлено достоверное (существенное) влияние индивидуальных различий между испытуемыми на успеваемости учащихся ($p > 0,05$)</p>

Таблица 4.1

Критические значения критерия F Фишера для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$: df_1 – число степеней свободы в числителе, df_2 – число степеней свободы в знаменателе

df_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
df_2	$p \leq 0,05$											
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,27	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
	$p \leq 0,01$											
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,29	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55

df ₁	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
df ₂	$p \leq 0,05$											
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,26	2,23
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,24	2,20
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25	2,20	2,16	2,13
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09
32	4,15	3,30	2,90	2,67	2,51	2,40	2,32	2,25	2,19	2,14	2,10	2,07
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,30	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05
	$p \leq 0,01$											
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,39	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,44	3,37
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,30	3,23
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,25	3,17	3,09	3,03
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	3,05	2,99
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	3,02	2,96
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,79	3,56	3,39	3,26	3,14	3,06	2,98	2,93
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,95	2,90
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,08	3,00	2,92	2,87
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06	2,98	2,90	2,84
32	7,50	5,34	4,46	3,97	3,66	3,42	3,25	3,12	3,01	2,94	2,86	2,80
34	7,44	5,29	4,42	3,93	3,61	3,38	3,21	3,08	2,97	2,89	2,82	2,76

df ₁	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
df ₂	p≤0,05											
36	4,11	3,26	2,86	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,10	2,06	2,03
38	4,10	3,25	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,04	2,00
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,02	1,99
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,14	2,09	2,04	2,00	1,97
48	4,04	3,19	2,80	2,56	2,41	2,30	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,98	1,95
55	4,02	3,17	2,78	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,05	2,00	1,97	1,93
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,02	1,98	1,94	1,90
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,01	1,97	1,93	1,89
80	3,98	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99	1,95	1,91	1,88
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95	1,90	1,86	1,83
150	3,91	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	1,82
200	3,89	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	2,05	1,98	1,92	1,87	1,83	1,80
400	3,86	3,02	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,78
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75
	p≤0,01											
36	7,39	5,25	4,38	3,89	3,58	3,35	3,18	3,04	2,94	2,86	2,78	2,72
38	7,35	5,21	4,34	3,86	3,54	3,32	3,15	3,02	2,91	2,82	2,75	2,69
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,8	2,73	2,66
42	7,27	5,15	4,29	3,80	3,49	3,26	3,1	2,96	2,86	2,77	2,7	2,64
44	7,24	5,12	4,26	3,78	3,46	3,24	3,07	2,94	2,84	2,75	2,68	2,62
46	7,21	5,10	4,24	3,76	3,44	3,22	3,05	2,92	2,82	2,73	2,66	2,6
48	7,19	5,08	4,22	3,74	3,42	3,2	3,04	2,9	2,8	2,71	2,64	2,58
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,7	2,62	2,56
55	7,12	5,01	4,16	3,68	3,37	3,15	2,98	2,85	2,75	2,66	2,59	2,53
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56	2,5
65	7,04	4,95	4,10	3,62	3,31	3,09	2,93	2,79	2,7	2,61	2,54	2,47
70	7,01	4,92	4,08	3,60	3,29	3,07	2,91	2,77	2,67	2,59	2,51	2,45
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,25	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48	2,41
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,2	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,43	2,36
125	6,84	4,78	3,94	3,47	3,17	2,95	2,79	2,65	2,56	2,47	2,4	2,33
150	6,81	4,75	3,91	3,44	3,14	2,92	2,76	2,62	2,53	2,44	2,37	2,3
200	6,76	4,71	3,88	3,41	3,11	2,9	2,73	2,6	2,5	2,41	2,34	2,28
400	6,70	4,66	3,83	3,36	3,06	2,85	2,69	2,55	2,46	2,37	2,29	2,23
1000	6,66	4,62	3,80	3,34	3,04	2,82	2,66	2,53	2,43	2,34	2,26	2,2
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,8	2,64	2,51	2,41	2,32	2,24	2,18

df ₁	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
df ₂	p ≤ 0,05											
1	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
2	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50	19,50
3	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56	8,54	8,54	8,53
4	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,68	5,66	5,65	5,64	5,63
5	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,44	4,42	4,40	4,38	4,37	4,36
6	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,72	3,71	3,69	3,68	3,67
7	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,28	3,25	3,24	3,23
8	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,93
9	3,02	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,89	2,77	2,76	2,73	2,72	2,71
10	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,64	2,61	2,59	2,56	2,55	2,54
11	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45	2,42	2,41	2,40
12	2,64	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30
13	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21
14	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13
15	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,07
16	2,37	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,09	2,07	2,04	2,02	2,01
	p ≤ 0,01											
1	6142	6169	6208	6234	6261	6286	6302	6323	6334	6352	6361	6366
2	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,40	99,49	99,49	99,50	99,50
3	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,35	26,27	26,23	26,18	26,14	26,12
4	14,14	14,15	14,02	13,93	13,83	13,74	13,69	13,61	13,57	13,52	13,48	13,46
5	9,77	9,68	9,55	9,47	9,38	9,29	9,24	9,17	9,13	9,07	9,04	9,02
6	7,60	7,52	7,39	7,31	7,23	7,14	7,09	7,02	6,99	6,94	6,90	6,88
7	6,35	6,27	6,15	6,07	5,98	5,90	5,85	5,78	5,75	5,70	5,67	5,65
8	5,56	5,48	5,36	5,28	5,20	5,11	5,06	5,00	4,96	4,91	4,88	4,86
9	5,00	4,92	4,80	4,73	4,64	4,56	4,51	4,45	4,41	4,36	4,33	4,31
10	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,05	4,01	3,96	3,93	3,91
11	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,80	3,74	3,70	3,66	3,62	3,60
12	4,05	3,98	3,86	3,78	3,70	3,61	3,56	3,49	3,46	3,41	3,38	3,36
13	3,85	3,78	3,67	3,59	3,51	3,42	3,37	3,30	3,27	3,21	3,18	3,16
14	3,70	3,62	3,51	3,43	3,34	3,26	3,21	3,14	3,11	3,06	3,02	3,00
15	3,56	3,48	3,36	3,29	3,20	3,12	3,07	3,00	2,97	2,92	2,89	2,87
16	3,45	3,37	3,25	3,18	3,10	3,02	2,96	2,98	2,86	2,80	2,77	2,75

df ₁	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
df ₂	p ≤ 0,05											
17	2,33	2,29	2,23	2,19	2,15	2,11	2,08	2,04	2,02	1,99	1,97	1,96
18	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92
19	2,26	2,21	2,15	2,11	2,07	2,02	2,00	1,96	1,94	1,91	1,90	1,88
20	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,96	1,92	1,90	1,87	1,85	1,84
21	2,20	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,93	1,89	1,87	1,84	1,82	1,81
22	2,18	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,91	1,87	1,84	1,81	1,80	1,78
23	2,14	2,10	2,04	2,00	1,96	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76
24	2,13	2,09	2,02	1,98	1,94	1,89	1,86	1,82	1,80	1,76	1,74	1,73
25	2,11	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,77	1,74	1,72	1,71
26	2,10	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,82	1,78	1,76	1,72	1,70	1,69
27	2,08	2,03	1,97	1,93	1,88	1,84	1,80	1,76	1,74	1,71	1,68	1,67
28	2,06	2,02	1,96	1,91	1,87	1,81	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67	1,65
29	2,05	2,00	1,94	1,90	1,85	1,80	1,77	1,73	1,71	1,68	1,65	1,64
30	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,76	1,72	1,69	1,66	1,64	1,62
32	2,02	1,97	1,91	1,86	1,82	1,76	1,74	1,69	1,67	1,64	1,61	1,59
34	2,00	1,95	1,89	1,84	1,80	1,74	1,71	1,67	1,64	1,61	1,59	1,57
	p ≤ 0,01											
17	3,35	3,27	3,16	3,08	3,00	2,92	2,86	2,79	2,76	2,70	2,67	2,65
18	3,27	3,19	3,07	3,00	2,91	2,83	2,78	2,71	2,68	2,62	2,59	2,57
19	3,19	3,12	3,00	2,92	2,84	2,76	2,70	2,63	2,60	2,54	2,51	2,49
20	3,13	3,05	2,94	2,86	2,77	2,69	2,63	2,56	2,53	2,47	2,44	2,42
21	3,07	2,99	2,88	2,80	2,72	2,63	2,58	2,51	2,47	2,42	2,38	2,36
22	3,02	2,94	2,83	2,75	2,67	2,58	2,53	2,46	2,42	2,37	2,33	2,31
23	2,97	2,89	2,78	2,70	2,62	2,53	2,48	2,41	2,37	2,32	2,28	2,26
24	2,93	2,85	2,74	2,66	2,58	2,49	2,44	2,36	2,33	2,27	2,23	2,21
25	2,89	2,81	2,70	2,62	2,54	2,45	2,40	2,32	2,29	2,23	2,19	2,17
26	2,86	2,77	2,66	2,58	2,50	2,41	2,36	2,28	2,25	2,19	2,15	2,13
27	2,83	2,74	2,63	2,55	2,47	2,38	2,33	2,25	2,21	2,16	2,12	2,10
28	2,80	2,71	2,60	2,52	2,44	2,35	2,30	2,22	2,18	2,13	2,09	2,06
29	2,77	2,68	2,57	2,49	2,41	2,32	2,27	2,19	2,15	2,10	2,06	2,03
30	2,74	2,66	2,55	2,47	2,38	2,29	2,24	2,16	2,13	2,07	2,03	2,01
32	2,70	2,62	2,51	2,42	2,34	2,25	2,20	2,12	2,08	2,02	1,98	1,96
34	2,66	2,58	2,47	2,38	2,30	2,21	2,15	2,08	2,04	1,98	1,94	1,91

df ₁	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
df ₂	p≤0,05											
36	1,98	1,93	1,87	1,82	1,78	1,72	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	1,55
38	1,96	1,92	1,85	1,80	1,76	1,71	1,67	1,63	1,60	1,57	1,54	1,53
40	1,95	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51
42	1,94	1,89	1,82	1,78	1,73	1,68	1,64	1,60	1,57	1,54	1,51	1,49
44	1,92	1,88	1,81	1,76	1,72	1,66	1,63	1,58	1,56	1,52	1,50	1,48
46	1,91	1,87	1,80	1,75	1,71	1,65	1,62	1,57	1,54	1,51	1,48	1,46
48	1,90	1,86	1,79	1,74	1,70	1,64	1,61	1,56	1,53	1,50	1,47	1,45
50	1,90	1,85	1,78	1,74	1,69	1,63	1,60	1,55	1,52	1,48	1,46	1,44
55	1,88	1,83	1,76	1,72	1,67	1,61	1,58	1,52	1,50	1,46	1,43	1,41
60	1,86	1,81	1,75	1,70	1,65	1,59	1,56	1,50	1,48	1,44	1,41	1,39
65	1,85	1,80	1,73	1,68	1,63	1,57	1,54	1,49	1,46	1,42	1,39	1,37
70	1,84	1,79	1,72	1,67	1,62	1,56	1,53	1,47	1,45	1,40	1,37	1,35
80	1,82	1,77	1,70	1,65	1,60	1,54	1,51	1,45	1,42	1,38	1,35	1,32
100	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,51	1,48	1,42	1,39	1,34	1,30	1,28
125	1,77	1,72	1,65	1,60	1,55	1,49	1,45	1,39	1,36	1,31	1,27	1,25
150	1,76	1,71	1,64	1,59	1,54	1,47	1,44	1,37	1,34	1,29	1,25	1,22
200	1,74	1,69	1,62	1,57	1,52	1,45	1,42	1,35	1,32	1,26	1,22	1,19
400	1,72	1,67	1,60	1,54	1,49	1,42	1,38	1,32	1,28	1,22	1,16	1,13
1000	1,70	1,65	1,58	1,53	1,47	1,41	1,36	1,30	1,26	1,19	1,13	1,08
∞	1,69	1,64	1,57	1,52	1,46	1,40	1,35	1,28	1,24	1,17	1,11	1,00
p≤0,01												
36	2,62	2,54	2,43	2,35	2,26	2,17	2,12	2,04	2,00	1,94	1,90	1,87
38	2,59	2,51	2,40	2,32	2,22	2,14	2,08	2,00	1,97	1,90	1,86	1,84
40	2,56	2,49	2,37	2,29	2,20	2,11	2,05	1,97	1,94	1,88	1,84	1,81
42	2,54	2,46	2,35	2,26	2,17	2,08	2,02	1,94	1,91	1,85	1,80	1,78
44	2,52	2,44	2,32	2,24	2,15	2,06	2,00	1,92	1,88	1,82	1,78	1,75
46	2,50	2,42	2,30	2,22	2,13	2,04	1,98	1,90	1,86	1,80	1,76	1,72
48	2,48	2,40	2,28	2,20	2,11	2,02	1,96	1,88	1,84	1,78	1,73	1,70
50	2,46	2,39	2,26	2,18	2,10	2,00	1,94	1,86	1,82	1,76	1,71	1,68
55	2,43	2,35	2,23	2,15	2,06	1,96	1,90	1,82	1,78	1,71	1,66	1,64
60	2,40	2,32	2,20	2,12	2,03	1,93	1,87	1,79	1,74	1,68	1,63	1,60
65	2,37	2,30	2,18	2,09	2,00	1,90	1,84	1,76	1,71	1,64	1,60	1,56
70	2,35	2,28	2,15	2,07	1,98	1,88	1,82	1,74	1,69	1,62	1,56	1,53
80	2,32	2,24	2,11	2,03	1,94	1,84	1,78	1,70	1,65	1,57	1,52	1,49
100	2,26	2,19	2,06	1,98	1,89	1,79	1,73	1,64	1,59	1,51	1,46	1,43
125	2,23	2,15	2,03	1,94	1,85	1,75	1,68	1,59	1,54	1,46	1,40	1,37
150	2,20	2,12	2,00	1,91	1,83	1,72	1,66	1,56	1,51	1,43	1,37	1,33
200	2,17	2,09	1,97	1,88	1,79	1,69	1,62	1,53	1,48	1,39	1,33	1,28
400	2,12	2,04	1,92	1,84	1,74	1,64	1,57	1,47	1,42	1,32	1,24	1,19
1000	2,09	2,01	1,89	1,81	1,71	1,61	1,54	1,44	1,38	1,28	1,19	1,11
∞	2,07	1,99	1,87	1,79	1,69	1,59	1,52	1,41	1,36	1,25	1,15	1,00

4.2. Быстрые критерии дисперсионного анализа

К быстрым критериям дисперсионного анализа относят два критерия:

- критерий Линка и Уоллеса;
- критерий Немени.

4.2.1. Критерий Линка и Уоллеса

Критерий Линка и Уоллеса – это параметрический критерий, основан на расчете средних арифметических значений и дисперсий между группами [15, 327-329].

Назначение критерия. Критерий Линка и Уоллеса используется для выявления статистической значимости (достоверности) влияния *регулируемого фактора* на изменения *результативного признака* через разность между максимальными и минимальными значениями средних величин.

Показания для применения критерия Линка и Уоллеса

1. Данные психологического исследования должны быть представлены в *шкале интервалов и отношений*.
2. *Результативный признак* должен быть распределен нормально в исследуемой выборке (группе).
3. Группы (выборки) должны быть *равными по численности*.
4. Количество групп должно быть не менее *трех*.

Рассмотрим применение критерия Линка и Уоллеса на конкретном **примере**.

По методике «Количественные отношения», предназначенной для оценки логического мышления, обследовано 3 разные профессиональные группы испытуемых.

Каждая группа состоит из 6 человек. Обследуемым предлагается для решения 18 логических задач. Время решения задач – 5 минут.

Оценка производится по количеству правильных ответов. Норма – 10 и более правильных ответов.

Полученные результаты оценки логического мышления по методике «Количественные отношения» по каждой профессиональной группе испытуемых представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Результаты оценки логического мышления по методике
«Количественные отношения» по каждой
профессиональной группе испытуемых (количество
правильных ответов)**

№ испытуемых	1 группа X ₁	2 группа X ₂	3 группа X ₃
1	6	10	11
2	8	10	12
3	8	10	12
4	8	9	13
5	8	11	12
6	10	12	14
Сумма $\sum x_i$ по столбцам	48	62	74

Задача: выявить влияние *регулируемого фактора* на *результативный признак* – количество решенных логических задач.

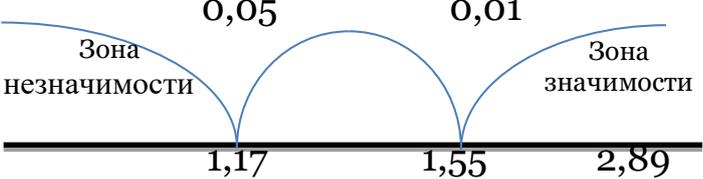
Условие:

1. Регулируемый фактор.
2. Результативный признак.
3. 3 разные группы (k=3), одинаковые по численности (n=6).

Метод математической обработки: критерий Линка и Уоллеса.

**АЛГОРИТМ
расчета критерия Линка и Уоллеса**

Расчет критерия Линка и Уоллеса	Пример
1. Составить таблицу для расчета данного критерия.	1. Таблица № 1
2. Вычислить среднее арифметическое значение по столбцам.	2. $\bar{x}_1 = \frac{48}{6} = 8$ $\bar{x}_2 = \frac{62}{6} = 10,33$ $\bar{x}_3 = \frac{74}{6} = 12,33$

<p>3. Вычислить размах между максимальными (max) и минимальными (min) количественными значениями по столбцам (группам)</p>	<p>3. max – min (группам, столбцам): 1.1 группа: 10-6=4 1.2 2 группа: 12-10=2 1.3 3 группа: 14-11=3</p>
<p>4. Вычислить разность между максимальными и минимальными значениями средних величин ($\max \bar{X}_i - \min \bar{X}_j$) $i, j=1,2,3$</p>	<p>4. $\max \bar{X}_3 - \min \bar{X}_1 :$ 12,33- 8= 4,33</p>
<p>5. Подсчитать эмпирическое значение критерия по формуле: $K_{\text{эмп}} = \frac{n * (\max \bar{X}_i - \min \bar{X}_j)}{\text{сумма размахов}}$ в каждом столбце. где n-число испытуемых в каждой группе.</p>	<p>5. $K_{\text{эмп}} = \frac{6*(12,33-8)}{4+2+3} =$ $= \frac{6*4,33}{9} = \frac{25,98}{9} = 2,89$</p>
<p>6. Определить критическое значение критерия по таблице «Критические значения критерия Линка и Уоллеса для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$: k – число выборочных групп, n – объем выборочной группы»</p>	<p>6. $K_{\text{кр.}}$ при: k = 3 n = 6 $K_{\text{кр.}} = \begin{cases} 1,17(p \leq 0,05) \\ 1,55(p \leq 0,01) \end{cases}$</p>
<p>7. Влияние фактора достоверно, если: $K_{\text{эмп}} \geq K_{\text{кр}} (p \leq 0,05; p \leq 0,01)$</p>	<p>7. $K_{\text{эмп}} > K_{\text{кр.}}$: 2,89 > 1,55 ($p < 0,01$)</p>
<p>8. Графическое представление критерия Линка и Уоллеса. Построить «ось значимости».</p>	<p>8. Построим «ось значимости»</p> 

<p>Выводы</p>	<p>Выводы можно трактовать следующим образом:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Различия между группами по результативному признаку достоверно обусловлены действием регулируемого фактора ($p < 0,01$); • Различия между группами по количеству решенных логических задач (результативный признак) достоверно обусловлены влиянием регулируемого фактора – профессиональными особенностями групп ($p < 0,01$) • Выявлено достоверное влияние регулируемого фактора на результативный признак ($p < 0,01$) • Различия между группами не случайны, а обусловлены действием регулируемого фактора ($p < 0,01$)
----------------------	---

Таблица 4.2

Критические значения критерия Линка и Уоллеса для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$: k – число выборочных групп, n – объем выборочной группы

$k \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	40	50
2	3,43	2,35	1,74	1,39	1,15	0,99	0,87	0,77	0,70	0,63	0,58	0,54	0,50	0,47	0,443	0,418	0,396	0,376	0,358	0,245	0,187	0,151
3	1,90	1,44	1,14	0,94	0,80	0,70	0,62	0,56	0,51	0,47	0,43	0,40	0,38	0,35	0,335	0,317	0,301	0,287	0,274	0,189	0,146	0,119
4	1,62	1,25	1,01	0,84	0,72	0,63	0,57	0,51	0,47	0,43	0,40	0,37	0,35	0,33	0,310	0,294	0,279	0,266	0,254	0,177	0,136	0,112
5	1,53	1,19	0,96	0,81	0,70	0,61	0,55	0,50	0,45	0,42	0,39	0,36	0,34	0,32	0,303	0,287	0,273	0,260	0,249	0,173	0,134	0,110
6	1,50	1,17	0,95	0,80	0,69	0,61	0,55	0,49	0,45	0,42	0,39	0,36	0,34	0,32	0,302	0,287	0,273	0,260	0,249	0,174	0,135	0,110
7	1,49	1,17	0,95	0,80	0,69	0,61	0,55	0,50	0,45	0,42	0,39	0,36	0,34	0,32	0,304	0,289	0,275	0,262	0,251	0,175	0,136	0,111
8	1,49	1,18	0,96	0,81	0,70	0,62	0,55	0,50	0,46	0,42	0,39	0,37	0,35	0,33	0,308	0,292	0,278	0,265	0,254	0,178	0,138	0,113
9	1,50	1,19	0,97	0,82	0,71	0,62	0,56	0,51	0,47	0,43	0,40	0,37	0,35	0,33	0,312	0,296	0,282	0,269	0,258	0,180	0,140	0,115
10	1,52	1,20	0,98	0,83	0,72	0,63	0,57	0,52	0,47	0,44	0,41	0,38	0,36	0,34	0,317	0,301	0,287	0,274	0,262	0,183	0,142	0,117
11	1,54	1,22	0,99	0,84	0,73	0,64	0,58	0,52	0,48	0,44	0,41	0,38	0,36	0,34	0,322	0,306	0,291	0,278	0,266	0,186	0,145	0,119
12	1,56	1,23	1,01	0,85	0,74	0,65	0,58	0,53	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,327	0,311	0,296	0,282	0,270	0,189	0,147	0,121
13	1,58	1,25	1,02	0,86	0,75	0,66	0,59	0,54	0,49	0,46	0,42	0,40	0,37	0,35	0,332	0,316	0,300	0,287	0,274	0,192	0,149	0,122
14	1,60	1,26	1,03	0,87	0,76	0,67	0,60	0,55	0,50	0,46	0,43	0,40	0,38	0,36	0,337	0,320	0,305	0,291	0,279	0,195	0,152	0,124
15	1,62	1,28	1,05	0,89	0,77	0,68	0,61	0,55	0,51	0,47	0,44	0,41	0,38	0,36	0,342	0,325	0,310	0,295	0,283	0,198	0,154	0,126
16	1,64	1,30	1,06	0,90	0,78	0,69	0,62	0,56	0,52	0,48	0,44	0,41	0,39	0,37	0,348	0,330	0,314	0,300	0,287	0,201	0,156	0,128
17	1,66	1,32	1,08	0,91	0,79	0,70	0,63	0,57	0,52	0,48	0,45	0,42	0,39	0,37	0,352	0,335	0,319	0,304	0,291	0,204	0,158	0,130
18	1,68	1,33	1,09	0,92	0,80	0,71	0,64	0,58	0,53	0,49	0,46	0,43	0,40	0,38	0,357	0,339	0,323	0,308	0,295	0,207	0,161	0,132
19	1,70	1,35	1,10	0,93	0,81	0,72	0,64	0,59	0,54	0,50	0,46	0,43	0,41	0,38	0,362	0,344	0,327	0,312	0,299	0,210	0,163	0,134
20	1,72	1,36	1,12	0,95	0,82	0,73	0,65	0,59	0,54	0,50	0,47	0,44	0,41	0,39	0,367	0,348	0,332	0,317	0,303	0,212	0,165	0,135
30	1,92	1,52	1,24	1,05	0,91	0,81	0,73	0,66	0,60	0,56	0,52	0,49	0,46	0,43	0,408	0,387	0,369	0,352	0,337	0,237	0,184	0,151
40	2,08	1,66	1,35	1,14	0,99	0,88	0,79	0,72	0,66	0,61	0,57	0,53	0,50	0,47	0,444	0,422	0,402	0,384	0,367	0,258	0,201	0,165
50	2,23	1,77	1,45	1,22	1,06	0,94	0,85	0,77	0,71	0,65	0,61	0,57	0,53	0,50	0,476	0,453	0,431	0,412	0,394	0,277	0,216	0,177
100	2,81	2,23	1,83	1,55	1,34	1,19	1,07	0,97	0,89	0,83	0,77	0,72	0,67	0,64	0,60	0,573	0,546	0,521	0,499	0,351	0,273	0,224
200	3,61	2,88	2,35	1,99	1,73	1,53	1,38	1,25	1,15	1,06	0,99	0,93	0,87	0,82	0,78	0,74	0,70	0,67	0,64	0,454	0,353	0,290
500	5,15	4,10	3,35	2,84	2,47	2,19	1,97	1,79	1,64	1,52	1,42	1,32	1,24	1,17	1,11	1,06	1,01	0,96	0,92	0,65	0,504	0,414
1000	6,81	5,43	4,44	3,77	3,28	2,90	2,61	2,37	2,18	2,02	1,88	1,76	1,65	1,56	1,47	1,40	1,33	1,27	1,22	0,86	0,669	0,549

$p = 0,01$																						
$k \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	40	50
2	7,92	4,32	2,84	2,10	1,66	1,38	1,17	1,02	0,91	0,82	0,74	0,68	0,63	0,58	0,54	0,51	0,480	0,454	0,430	0,285	0,214	0,172
3	3,14	2,12	1,57	1,25	1,04	0,89	0,78	0,69	0,62	0,57	0,52	0,48	0,45	0,42	0,39	0,37	0,352	0,334	0,318	0,217	0,165	0,134
4	2,48	1,74	1,33	1,08	0,91	0,78	0,69	0,62	0,56	0,51	0,47	0,44	0,41	0,38	0,36	0,34	0,323	0,307	0,293	0,200	0,153	0,125
5	2,24	1,60	1,24	1,02	0,86	0,75	0,66	0,59	0,51	0,49	0,46	0,42	0,40	0,37	0,35	0,33	0,314	0,299	0,285	0,196	0,151	0,123
6	2,14	1,55	1,21	0,99	0,85	0,74	0,65	0,59	0,54	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,33	0,313	0,298	0,284	0,196	0,151	0,123
7	2,10	1,53	1,20	0,99	0,84	0,73	0,65	0,59	0,53	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,33	0,314	0,299	0,286	0,198	0,152	0,124
8	2,09	1,53	1,20	0,99	0,85	0,74	0,66	0,59	0,53	0,49	0,46	0,43	0,40	0,37	0,35	0,33	0,318	0,303	0,289	0,200	0,154	0,126
9	2,09	1,54	1,21	1,00	0,85	0,75	0,66	0,60	0,54	0,50	0,46	0,43	0,40	0,38	0,36	0,34	0,322	0,307	0,293	0,203	0,156	0,127
10	2,10	1,55	1,22	1,01	0,86	0,76	0,67	0,61	0,55	0,51	0,47	0,44	0,41	0,38	0,36	0,34	0,327	0,311	0,297	0,206	0,159	0,129
11	2,11	1,56	1,23	1,02	0,87	0,76	0,68	0,61	0,56	0,51	0,48	0,44	0,42	0,39	0,37	0,35	0,332	0,316	0,302	0,209	0,161	0,132
12	2,13	1,58	1,25	1,04	0,89	0,78	0,69	0,62	0,57	0,52	0,48	0,45	0,42	0,40	0,37	0,35	0,337	0,321	0,306	0,213	0,164	0,134
13	2,15	1,60	1,26	1,05	0,90	0,79	0,70	0,63	0,58	0,53	0,49	0,46	0,43	0,40	0,38	0,36	0,342	0,326	0,311	0,216	0,166	0,136
14	2,18	1,62	1,28	1,06	0,91	0,80	0,71	0,64	0,58	0,54	0,50	0,46	0,43	0,41	0,39	0,36	0,347	0,330	0,316	0,219	0,169	0,138
15	2,20	1,63	1,30	1,08	0,92	0,81	0,72	0,65	0,59	0,54	0,50	0,47	0,44	0,41	0,39	0,37	0,352	0,335	0,320	0,222	0,171	0,140
16	2,22	1,65	1,31	1,09	0,93	0,82	0,73	0,66	0,60	0,55	0,51	0,48	0,45	0,42	0,40	0,38	0,357	0,340	0,325	0,226	0,174	0,142
17	2,25	1,67	1,33	1,10	0,95	0,83	0,74	0,67	0,61	0,56	0,52	0,48	0,45	0,43	0,40	0,38	0,362	0,345	0,329	0,229	0,176	0,144
18	2,27	1,69	1,34	1,12	0,96	0,84	0,75	0,68	0,62	0,57	0,53	0,49	0,46	0,43	0,41	0,39	0,367	0,350	0,334	0,232	0,179	0,146
19	2,30	1,71	1,36	1,13	0,97	0,85	0,76	0,68	0,62	0,57	0,53	0,50	0,46	0,44	0,41	0,39	0,372	0,354	0,338	0,235	0,181	0,148
20	2,32	1,73	1,38	1,14	0,98	0,86	0,77	0,69	0,63	0,58	0,54	0,50	0,47	0,44	0,42	0,40	0,376	0,359	0,343	0,238	0,184	0,150
30	2,59	1,95	1,54	1,27	1,09	0,96	0,85	0,77	0,70	0,65	0,60	0,56	0,52	0,49	0,46	0,44	0,419	0,399	0,381	0,266	0,205	0,168
40	2,80	2,11	1,66	1,38	1,18	1,04	0,93	0,84	0,76	0,70	0,65	0,61	0,57	0,54	0,51	0,48	0,456	0,435	0,415	0,289	0,223	0,183
50	2,99	2,25	1,78	1,48	1,27	1,11	0,99	0,90	0,82	0,75	0,70	0,65	0,61	0,57	0,54	0,51	0,489	0,466	0,446	0,310	0,240	0,196
100	3,74	2,83	2,24	1,86	1,60	1,40	1,25	1,13	1,03	0,95	0,88	0,82	0,77	0,73	0,69	0,65	0,62	0,590	0,564	0,393	0,304	0,248
200	4,79	3,63	2,88	2,39	2,06	1,81	1,61	1,46	1,33	1,23	1,14	1,06	0,99	0,94	0,88	0,84	0,80	0,76	0,73	0,507	0,392	0,320
500	6,81	5,16	4,10	3,41	2,93	2,58	2,30	2,08	1,90	1,75	1,62	1,52	1,42	1,34	1,26	1,20	1,14	1,09	1,04	0,73	0,560	0,458
1000	9,01	6,83	5,42	4,52	3,88	3,41	3,05	2,76	2,52	2,32	2,15	2,01	1,88	1,77	1,68	1,59	1,51	1,44	1,38	0,96	0,743	0,608

4.2.2. Критерий Немени

Критерий Немени – непараметрический критерий.

Назначение критерия. Критерий Немени используется для выявления статистической значимости (достоверности) влияния *регулируемого фактора* на изменения *результативного признака* с использованием *оценки разности суммы рангов между группами* [15, 329-331].

Показания для применения критерия Немени:

1. Данные психологического исследования должны быть представлены в шкале интервалов и отношений.
2. Результативный признак должен быть распределен нормально в исследуемой выборке (группе).
3. Группы (выборки) должны быть равными по численности.
4. Количество групп должно быть не менее 3 и не больше 10.

Пример

По методике «Количественные отношения», предназначенной для оценки логического мышления, обследовано 4 разные профессиональные группы. Каждая группа состоит из 6 человек. Обследуемым предлагается для решения 18 логических задач. Время решения задач - 5 минут.

Оценка производится по количеству правильных ответов. Норма - 10 и более правильных ответов.

Полученные результаты оценки логического мышления по методике «Количественные отношения» по каждой профессиональной группе испытуемых представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты оценки логического мышления по методике «Количественные отношения» по каждой профессиональной группе испытуемых (количество правильных ответов)

№ испытуемых	1 группа		2 группа		3 группа		4 группа	
	число	ранг	число	ранг	число	ранг	число	ранг
1	6	1	10	8,5	11	11,5	12	15
2	8	3,5	10	8,5	12	15	13	19
3	8	3,5	10	8,5	12	15	13	19
4	8	3,5	9	6	13	19	14	21,5
5	8	3,5	11	11,5	12	15	15	23
6	10	8,5	12	15	14	21,5	16	24

Сумма рангов по столбцам		23,5		58		97		121,5
--------------------------	--	------	--	----	--	----	--	-------

Задача: выявить влияние *регулируемого* фактора–разные профессиональные группы испытуемых на *результативный* признак – количество решенных логических задач.

Условие:

1. Регулируемый фактор
2. Результативный признак
3. 4 разные($s=4$), одинаковые по численности группы ($n=6$)

Метод математической обработки: критерий Немени

АЛГОРИТМ расчет критерия Немени

Расчет критерия Немени	Пример
1. Составить таблицу индивидуальных количественных значений по группам для проведения ранжирования.	1. Таблица 1
2. Провести ранжирование показателей всех групп одновременно по правилам ранжирования: - наименьшему значению начисляется ранг 1. - наибольшему значению начисляется ранг, соответствующий количеству ранжируемых значений - в случае, если несколько значений равны, им начисляется ранг, представляющий собой среднее значение из этих рангов, которые они получили бы, если бы не были равны.	2. Таблица 1 -наименьший ранг - 1 соответствует числу - 6 -наибольший ранг - 24 соответствует числу - 16

3. Подсчитать сумму рангов по каждому столбцу (группе)	3. Сумма рангов по столбцам: 3.1 -23,5 3.2 -58 3.3 -97 3.4 -121,5																										
4. Подсчитать общую суму рангов по столбцам	4. Общая сумма рангов: $23,5 + 58 + 97 + 121,5 = 300$																										
5. Подсчитать расчетную сумму рангов по формуле: $n * c * \frac{(n*c+1)}{2}$ где n - число строк c - число столбцов	5. Расчетная сумма рангов: $\frac{6*4(6*4+1)}{2} = \frac{24*25}{2} = 300$																										
6. Общая сумма рангов должна совпасть с расчетной	6. $300=300$ Равенство реальной и расчетной сумм соблюдено																										
7. Составить таблицы и рассчитать абсолютные разности между суммами рангов между группами.	<p>7. Таблицы для расчета абсолютной разности между суммами рангов между группами</p> <p>Вариант 1</p> <p style="text-align: right;">Таблица 7.1</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; text-align: center;">Разност и рангов между 1-4 группам и</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">1-2</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">1-3</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">1-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$23,5 - 58 = 34,5$</td> <td style="text-align: center;">$23,5 - 97 = 73,5$</td> <td style="text-align: center;">$23,5 - 121,5 = 98$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">Таблица 7.2</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; text-align: center;">Разности рангов между 2-4 группами</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">2-3</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">2-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$58 - 97 = 39$</td> <td style="text-align: center;">$58 - 121,5 = 63,5$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">Таблица 7.3</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 60%; text-align: center;">Разность рангов между 3-4</td> <td style="width: 40%; text-align: center;">3-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$97 - 121,5 = 24,5$</td> </tr> </table> <p>Вариант 2</p> <p style="text-align: right;">Таблица 7.4</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%; text-align: center;">Разности рангов между группами</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">Группы для сравнения</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="width: 33%; text-align: center;">2</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">3</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">4</td> </tr> </table>	Разност и рангов между 1-4 группам и	1-2	1-3	1-4		$ 23,5 - 58 = 34,5$	$ 23,5 - 97 = 73,5$	$ 23,5 - 121,5 = 98$	Разности рангов между 2-4 группами	2-3	2-4		$ 58 - 97 = 39$	$ 58 - 121,5 = 63,5$	Разность рангов между 3-4	3-4		$ 97 - 121,5 = 24,5$	Разности рангов между группами	Группы для сравнения				2	3	4
Разност и рангов между 1-4 группам и	1-2	1-3	1-4																								
	$ 23,5 - 58 = 34,5$	$ 23,5 - 97 = 73,5$	$ 23,5 - 121,5 = 98$																								
Разности рангов между 2-4 группами	2-3	2-4																									
	$ 58 - 97 = 39$	$ 58 - 121,5 = 63,5$																									
Разность рангов между 3-4	3-4																										
	$ 97 - 121,5 = 24,5$																										
Разности рангов между группами	Группы для сравнения																										
	2	3	4																								

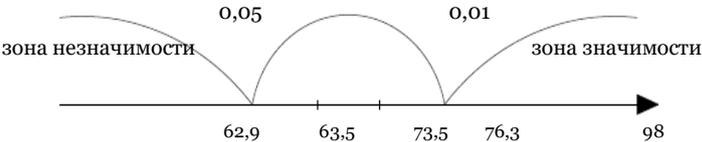
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$23,5 - 58 = 34,5$</td> <td style="text-align: center;">$23,5 - 97 = 73,5$</td> <td style="text-align: center;">$23,5 - 121,5 = 98$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> <td style="text-align: center;">$58 - 97 = 39$</td> <td style="text-align: center;">$58 - 121,5 = 63,5$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">$97 - 121,5 = 24,5$</td> </tr> </table> <p>Абсолютные разности между суммами рангов между группами ($D_{абс}$):</p> <p>7.1. 34,5; 73,5; 98 7.2. 39; 63,5 7.3. 24,5</p>	1	$ 23,5 - 58 = 34,5$	$ 23,5 - 97 = 73,5$	$ 23,5 - 121,5 = 98$	2		$ 58 - 97 = 39$	$ 58 - 121,5 = 63,5$	3			$ 97 - 121,5 = 24,5$
1	$ 23,5 - 58 = 34,5$	$ 23,5 - 97 = 73,5$	$ 23,5 - 121,5 = 98$										
2		$ 58 - 97 = 39$	$ 58 - 121,5 = 63,5$										
3			$ 97 - 121,5 = 24,5$										
<p>8. По таблице «Критические значения критерия Немени для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$» определить критические значения для данных: n – число испытуемых c – число групп.</p>	<p>8. Определяем по таблице $D_{кр.}$ для $n = 6$ и $c = 4$</p> $D_{кр.} = \begin{cases} 62,9(p \leq 0,05) \\ 76,3(p \leq 0,01) \end{cases}$												
<p>9. Различия между группами можно считать статистически достоверными ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$), если абсолютные разности между суммами рангов, между группами, больше или равны (\geq) критическим. Значение критерия Немени: $D_{абс} \geq D_{кр.} (p \leq 0,05; p \leq 0,01)$</p>	<p>9. Выполняется для: $D_{абс} > D_{кр.}: 73,5 > 62,9 (p > 0,05)$ $63,5 > 62,9 (p < 0,05)$ $98 > 76,3 (p < 0,01)$</p>												
<p>10. Графические представления критерия Немени Построить «ось значимости»</p>	<p>10. Построим «ось значимости»</p> 												
<p>11. Вывод</p>	<p>11. По абсолютным разностям рангов выявлено достоверное влияние регулируемого фактора на результативный признак при сравнении первой и четвертой групп ($p < 0,01$); первой и третьей, второй и четвертой группах ($p < 0,05$).</p>												

Таблица 4.3

Критические значения критерия Немени

n - число испытуемых

k - число групп

n	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10
p = 0,05								
1	3,3	4,7	6,1	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5
2	8,8	12,6	16,5	20,5	24,7	28,9	33,1	37,4
3	15,7	22,7	29,9	37,3	44,8	52,5	60,3	68,2
4	23,9	34,6	45,6	57,0	68,6	80,4	92,4	104,6
5	33,1	48,1	63,5	79,3	95,5	112,0	128,8	145,8
6	44,3	62,9	83,2	104,0	125,3	147,0	169,1	191,4
7	54,4	79,1	104,6	130,8	157,6	184,9	212,8	240,9
8	66,3	96,4	127,6	159,0	192,4	225,7	259,7	294,1
9	78,9	114,8	152,0	190,2	229,3	269,1	309,6	350,6
10	92,3	134,3	177,8	222,6	268,4	315,0	362,4	410,5
11	106,3	154,8	205,0	256,6	309,4	363,2	417,9	473,3
12	120,9	176,2	233,4	292,2	352,4	413,6	476,0	539,1
13	130,2	198,5	263,0	329,3	397,1	466,2	536,5	607,7
14	152,1	221,7	293,8	367,8	443,6	520,8	599,4	679,0
15	168,6	245,7	325,7	407,8	491,9	577,4	664,6	752,8
16	185,6	270,0	358,6	449,1	541,7	635,9	732,0	829,2
17	203,1	296,2	392,6	491,7	593,1	696,3	801,5	907,9
18	221,2	322,6	427,6	535,5	646,1	758,5	873,1	989,0
19	239,8	349,7	463,6	580,6	700,5	822,4	946,7	1072,4
20	258,8	377,6	500,5	626,9	756,4	888,1	1022,3	1158,1
21	278,4	406,1	538,4	674,4	813,7	955,4	1099,8	1245,9
22	298,4	435,3	577,2	723,0	872,3	1024,3	1179,1	1335,7
23	318,9	465,2	616,9	772,7	932,4	1094,8	1260,3	1427,7
24	339,8	495,8	657,4	823,5	993,7	1166,8	1343,2	1521,7
25	361,1	527,0	608,8	875,4	1056,3	1240,4	1427,9	1617,6

n	k=3	k=4	k=5	k= 6	k = 7	k=8	k=9	k=10
p = 0,01								
1	4,1	5,7	7,3	8,9	10,5	12,2	13,9	15,6
2	10,9	15,3	19,7	24,3	28,9	33,6	38,3	43,1
3	19,5	27,5	35,7	44,0	52,5	61,1	69,8	78,6
4	29,7	41,9	54,5	67,3	80,3	93,6	107,0	120,6
5	41,2	58,2	75,8	93,6	111,9	130,4	149,1	168,1
6	53,9	76,3	99,3	122,8	146,7	171,0	195,7	220,6
7	67,6	95,8	124,4	154,4	181,6	215,2	246,3	277,7
8	82,4	116,8	152,2	188,4	225,2	262,6	300,6	339,0
9	98,1	139,2	181,4	224,5	268,5	313,1	358,4	404,2
10	114,7	162,8	212,2	262,7	314,2	366,5	419,5	473,1
11	132,1	187,6	244,6	302,9	362,2	422,6	483,7	545,6
12	150,4	213,5	278,5	344,9	413,5	481,2	551,0	621,4
13	169,4	240,6	313,8	368,7	464,9	542,4	621,0	700,5
14	189,1	268,7	350,5	434,2	510,4	606,0	693,8	782,6
15	209,6	297,8	388,5	481,3	575,8	671,9	769,3	867,7
16	230,7	327,9	427,9	530,1	634,2	740,0	847,3	955,7
17	252,5	359,0	468,4	580,3	694,4	810,2	927,8	1046,5
18	275,0	391,0	510,2	632,1	756,4	882,6	1010,6	1140,0
19	298,1	423,8	553,1	685,4	820,1	957,0	1095,8	1236,2
20	321,8	457,6	597,2	740,0	885,5	1033,3	1183,3	1334,9
21	346,1	492,2	642,4	796,0	952,6	1111,6	1273,0	1436,0
22	371,0	627,6	688,7	853,4	1021,3	1191,8	1364,8	1539,7
23	396,4	563,8	736,0	912,1	1091,5	1273,8	1458,8	1645,7
24	422,4	600,9	784,4	972,1	1163,4	1357,6	1554,8	1754,0
25	449,0	638,7	833,8	1033,3	1236,7	1443,2	1652,8	1864,6

4.3. S – критерий тенденций Джонкира

Назначения и ограничение критерия S

Критерий S – это критерий, который предназначен для выявления *уровня статистической значимости (достоверности) тенденций* изменения психологического признака от группы к группе. Критерий S позволяет установить меру связи между обследованными группами, которые могут различаться как по количественным, так и качественным показателям [15, 278-281].

Количество групп (c) от трех до шести ($3 \leq c \leq 6$) и количество испытуемых в каждой группе от двух до десяти ($2 \leq n \leq 10$). Количество испытуемых в каждой группе должно быть одинаковым. При неодинаковом количестве их необходимо уравнивать, используя метод случайных чисел и ориентируясь на количество наблюдений в меньшей из групп. При $c > 6$ и $n > 10$ необходимо использовать критерий H- Крускала Уоллиса.

Описание S – критерия тенденций Джонкира

1. По выбранной методике (тесту) провести диагностирование психологического признака.

2. Создать сводную таблицу независимых групп с *одинаковым количеством* испытуемых в них.

3. В каждой группе по столбцу подсчитать сумму индивидуальных значений.

4. Расположить группы *слева направо* в порядке возрастания *суммы индивидуальных значений по столбцам*. Критерий S позволяет определить уровень статистической значимости (достоверности) тенденций изменения значений психологического признака при переходе от группы к группе *слева направо*. При достоверной тенденции возрастания значений признака большая их часть должна быть *справа выше*, чем *слева*.

5. Подсчитать число инверсий.

Инверсия – это количество чисел, превышающих данное число по величине. Для этого необходимо внутри каждой группы по столбцу упорядочить индивидуальные значения *от наименьшей (сверху) к наибольшей (вниз)* величине. Подсчет инверсий производится для каждого индивидуального значения отдельно, начиная с первого верхнего значения крайнего левого столбца. Определяют количества чисел, превышающих данное индивидуальное значение по сравнению со всеми значениями остальных столбцов справа. Далее продолжается подсчет инверсий остальных значений левого столбца, следуя сверху вниз. *Сумма инверсий ставится в скобках рядом с каждым индивидуальным значением*. Например, индивидуальное значение 20 имеет 8 инверсий: **20(8)**.

Аналогично подсчитываются инверсии для индивидуальных значений по столбцам других групп в порядке *слева направо*. Для

индивидуальных значений *последнего столбца инверсии не подсчитываются, так как правее нет данных.*

6. Подсчитать *общую сумму инверсий ($\sum C_i$) по каждому столбцу.*

7. Подсчитать *общую сумму инверсий (A) по всем столбцам.*

8. Определить эмпирическое значение S критерия по формуле:

$$S_{\text{эмп}} = 2 * A - B$$

где A – общая сумма инверсий по группам;

B – результат подсчета максимально возможного количества значений при условии, если бы все значения справа были выше значений слева. Формула для расчета B:

$$B = \frac{c+(c-1) * n}{2},$$

где c – количество столбцов (сопоставляемых групп);

n – количество испытуемых (наблюдений) в каждом столбце.

9. Определить критические значения S ($S_{\text{кр.}}$) по таблице «Критические значения критерия S – тенденций Джонкира для количества групп (c) от трех до шести ($3 \leq c \leq 6$) и количества испытуемых в каждой группе от двух до десяти ($2 \leq n \leq 10$)». Тенденция является достоверной, если S эмп. достигает $S_{0,05}$ или превышает его, и тем более достоверной, если S эмп. достигает $S_{0,01}$ или превышает его (по Greene J., D'Olivera M., 1989).

По вертикали таблицы расположены: количество групп (c), а по горизонтали – количество испытуемых в каждой группе. На пересечении этих показателей находим $S_{\text{кр.}}$ для уровней статистической значимости: $p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$

10. Тенденция изменений психологического признака между группами является статистически значимой (достоверной) если:

$$S_{\text{эмп.}} \geq S_{\text{кр.}} (p \leq 0,05; p \leq 0,01)$$

11. Построить ось значимости

12. Вывод о достоверной тенденции изменения психологического признака от группы к группе. Принимается статистическая гипотеза H_1 , H_0 – отвергается.

Рассмотрим расчет S –критерия тенденций Джонкира на конкретном примере

Задача

По тесту Бурдона обследовано 4 независимые группы с одинаковым количеством испытуемых в каждой группе по 4 человека. Необходимо установить наблюдается ли тенденция к увеличению числа ошибок при выполнении теста Бурдона разными испытуемыми в зависимости от условий его выполнения [15, 279].

Условие: c-4

$$n_1=4; n_2=4; n_3=4; n_4=4$$

Метод математической обработки: S – критерий тенденций Джонкира, который позволяет выявить уровень статистической значимости тенденций к увеличению числа ошибок в тесте Бурдона в зависимости от условий его выполнения.

Статистические гипотезы:

H_0 – достоверная тенденция не выявлена.

H_1 – достоверная тенденция выявлена.

АЛГОРИТМ расчета S – критерия тенденций Джонкира

Расчет критерия S	Пример																																													
<p>I. По выбранной методике провести диагностирование психологического признака. Создать сводную таблицу независимых групп с одинаковым количеством испытуемых в ней. При неодинаковом количестве испытуемых в каждой группе – уравнивать их, используя метод случайных чисел, ориентируясь на количество наблюдений в меньшей из групп. В каждой группе по столбцу подсчитать сумму индивидуальных значений.</p> <p>II Расположить группы слева направо в порядке возрастания суммы индивидуальных значений.</p>	<p>I. Количество испытуемых в каждой группе одинаковое. Уравнивать их нет необходимости.</p> <p style="text-align: right;">Таблица 1</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">№ п/п</th> <th style="width: 15%;">1 группа</th> <th style="width: 15%;">2 группа</th> <th style="width: 15%;">3 группа</th> <th style="width: 15%;">4 группа</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">23</td> <td style="text-align: center;">45</td> <td style="text-align: center;">34</td> <td style="text-align: center;">21</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">20</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">24</td> <td style="text-align: center;">22</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">34</td> <td style="text-align: center;">34</td> <td style="text-align: center;">25</td> <td style="text-align: center;">26</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">35</td> <td style="text-align: center;">11</td> <td style="text-align: center;">40</td> <td style="text-align: center;">27</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Сумма</td> <td style="text-align: center;">112</td> <td style="text-align: center;">102</td> <td style="text-align: center;">123</td> <td style="text-align: center;">96</td> </tr> </tbody> </table> <p>Результаты диагностики по тесту Бурдона в сводной таблице.</p> <p style="text-align: right;">Таблица 2</p> <p>II Расположение групп в соответствии с возрастанием сумм индивидуальных значений</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="5" style="text-align: center;">ГРУППЫ</th> </tr> <tr> <th style="width: 10%;">№ п/п</th> <th style="width: 15%;">1</th> <th style="width: 15%;">2</th> <th style="width: 15%;">3</th> <th style="width: 15%;">4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	№ п/п	1 группа	2 группа	3 группа	4 группа	1	23	45	34	21	2	20	12	24	22	3	34	34	25	26	4	35	11	40	27	Сумма	112	102	123	96	ГРУППЫ					№ п/п	1	2	3	4					
№ п/п	1 группа	2 группа	3 группа	4 группа																																										
1	23	45	34	21																																										
2	20	12	24	22																																										
3	34	34	25	26																																										
4	35	11	40	27																																										
Сумма	112	102	123	96																																										
ГРУППЫ																																														
№ п/п	1	2	3	4																																										

	1	21	45	23	34
	2	22	12	20	24
	3	26	34	34	25
	4	27	11	35	40
	Сумма чел.	96	102	112	123

III Подсчет инверсии

3.1. Для подсчета инверсий необходимо внутри каждой группы по столбцу упорядочить индивидуальные значения от наименьшей (сверху) к наибольшей (вниз) величине.

3.2. Начиная с первого верхнего значения крайнего левого столбца, определить количество чисел (инверсий), превышающих его по сравнению со всеми значениями остальных столбцов справа. Инверсия ставится в скобках рядом с индивидуальным значением.

3.3. Аналогично подсчитать инверсии для индивидуальных значений по

III Подсчет инверсии

Таблица 3

3.1. Группы после упорядочивания индивидуальных значений от наименьшей (сверху) к наибольшей (вниз) величине.

Таблица 3.

№ п/п	C1	C2	C3	C4
1	21	11	20	24
2	22	12	23	25
3	26	34	34	34
4	27	45	35	40

3.2. Определяем количество чисел (инверсий) превышающих число 21(C1):

3.2.1. $21 < 34, 45(C2) = 2;$
 $< 23, 34, 35(C3) = 3;$
 $< 24, 25, 34, 40(C4) = 4;$

Всего чисел (инверсий) = 9;

3.2.2. $22 < 34, 45(C2) = 2;$
 $< 23, 34, 35(C3) = 3;$
 $< 24, 25, 34, 40(C4) = 4;$

Сумма инверсий = 9

3.2.3. $26 < 34, 45(C2) = 2;$
 $< 34, 35(C3) = 2;$
 $< 34, 40(C4) = 2;$

Сумма инверсий = 6

3.2.4. $27 < 34, 45(C2) = 2;$
 $< 34, 35(C3) = 2;$
 $< 34, 40(C4) = 2;$

Сумма инверсий = 6

3.2.5. Инверсии индивидуальных значений C1: 21(9); 22(9); 26(6); 27(6);

3.2.6. Общая сумма инверсий по столбцу C1: $9+9+6+6=30$

3.3

4. Индивидуальные значения с их инверсиями и общей суммой инверсий по группам

Таблица 4

<p>столбцам групп в порядке слева направо. Для индивидуальных значений последнего столбца инверсии не подсчитывается, так как правее нет данных.</p> <p>Построить таблицу индивидуальных значений с их инверсиями по группам. Подсчитать общую сумму инверсий по столбцам группы (Σ)</p> <p>Подсчитать общую сумму инверсий по группам (A)</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C1</th> <th>C2</th> <th>C3</th> <th>C4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>21(9)</td> <td>11(8)</td> <td>20(4)</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>22(9)</td> <td>12(8)</td> <td>23(4)</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>26(6)</td> <td>34(2)</td> <td>34(1)</td> <td>34</td> </tr> <tr> <td>27(6)</td> <td>45(0)</td> <td>35(1)</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>$\Sigma c_1=30$</td> <td>$\Sigma c_2=18$</td> <td>$\Sigma c_3=10$</td> <td>Инверсий нет $\Sigma c_4 = 0$</td> </tr> </tbody> </table>	C1	C2	C3	C4	21(9)	11(8)	20(4)	24	22(9)	12(8)	23(4)	25	26(6)	34(2)	34(1)	34	27(6)	45(0)	35(1)	40	$\Sigma c_1=30$	$\Sigma c_2=18$	$\Sigma c_3=10$	Инверсий нет $\Sigma c_4 = 0$
	C1	C2	C3	C4																					
21(9)	11(8)	20(4)	24																						
22(9)	12(8)	23(4)	25																						
26(6)	34(2)	34(1)	34																						
27(6)	45(0)	35(1)	40																						
$\Sigma c_1=30$	$\Sigma c_2=18$	$\Sigma c_3=10$	Инверсий нет $\Sigma c_4 = 0$																						
<p>Подсчитываем общую сумму инверсий (A) по группам: $A = \Sigma C_1 + \Sigma C_2 + \Sigma C_3 = 30 + 18 + 10$, т.е $A = 58$.</p>																									
<p>IV Определить эмпирическое значение критерия S по формуле $S_{эмп.} = 2 * A - B$, где A – общая сумма инверсий по группам</p> <p>Формула для расчета $B = \frac{c * (c - 1)}{2} * n$, где c – количество столбцов сопоставляемых групп, а n – количество испытуемых в каждой группе.</p>	<p>IV Определяем эмпирическое значение S по формуле: $S_{эмп.} = 2 * A - B$, где $A = 58$, $B = \frac{4 * 3}{2} * 4 = 24$ $S_{эмп.} = 2 * 58 - 24 = 116 - 24 = 92$ $S_{эмп.} = 92$</p>																								
<p>V Определить критическое значение S по таблице «Критические значения критерия S-тенденций Джонкира для количества групп (c) от трех до десяти ($3 \leq$</p>	<p>V Определяем $S_{кр.}$ = при $c=4$; $n = 4$;</p> <p>$S_{кр.} = 38$ ($p \leq 0,05$) 50 ($p \leq 0,01$)</p>																								

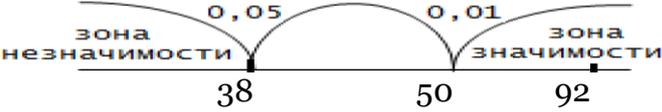
<p>с≤6) и количества испытуемых (n) в каждой группе от двух до десяти (2≤n≤10)»</p>	
<p>VI Тенденция является достоверной, если $S_{эмп}$ достигает $S_{0,05}$ или превышает его, и более достоверной, если $S_{эмп}$ достигает $S_{0,01}$ или превышает его [32]</p>	<p>VI</p> $S_{эмп.} \geq S_{кр.} :$ $92 > 50 \quad (p < 0,01)$
<p>VII Графическое представление критерия S. Построить ось значимости</p>	<p>VII Построим ось значимости</p> 
<p>VIII Вывод о достоверной тенденции изменения психологического признака при переходе от группы к группе. Принятие статистической гипотезы H_1 или H_0</p>	<p>VIII Выявлена достоверная тенденция к увеличению числа ошибок при выполнении теста Бурдона разными испытуемыми в зависимости от условий его выполнения ($p < 0,01$). Принимается статистическая гипотеза H_1.</p>

Таблица 4.4

Критические значения критерия S – тенденций Джонкира для количества групп (c) от 3 до 6 и количества испытуемых (n) в каждой группе от 2 до 10

c	N								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p = 0,05$									
3	10	17	24	33	42	53	64	76	88
4	14	26	38	51	66	82	100	118	138
5	20	34	51	71	92	115	140	166	194
6	26	44	67	93	121	151	184	219	256
$p = 0,01$									
3	-	25	32	45	99	74	90	106	124
4	20	34	50	71	92	115	140	167	195
5	26	48	72	99	129	162	197	234	274
6	34	62	94	130	170	213	260	309	361

4.4. Факторный анализ

Факторный анализ относится к *статистическим методам*, основу которого составляют *корреляционные связи* между несколькими переменными, то есть психологическими признаками, одной группы испытуемых [15, 245-251].

Основу факторного анализа составляют *коэффициент линейной корреляции Пирсона и корреляционная матрица*. В корреляционной матрице первым (слева) по столбцу и строке располагается фактор, т.е. психологический признак, позволяющий установить связь со всеми другими факторами – психологическими признаками, которые располагаются правее по столбцам и строкам. Каждый коэффициент линейной корреляции Пирсона в корреляционной матрице показывает как изучаемый фактор связан с другими факторными показателями. А также как другие факторы связаны между собой.

Коэффициент линейной корреляции Пирсона отражает степень линейной (прямой) зависимости между двумя психологическими признаками (факторным и результативным или двумя факторными), так как сопоставляются *величины признаков, количественно измеренные* в одной и той же группе испытуемых.

Минимальный уровень статистической значимости коэффициента линейной корреляции в факторном анализе берется равным **0,4**.

При заполнении корреляционной матрицы необходимо ставить не только абсолютную величину коэффициента, но и его статистическую значимость: $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$.

Корреляция статистически значима ($p \leq 0,05$), если эмпирическое $r_{эмп.} > r_{кр.}$ (5%) и тем более достоверна ($p \leq 0,01$), если эмпирическое $r_{эмп.} > r_{кр.}$ (1%).

Рассмотрим применение факторного анализа на конкретном примере.

Задача. Выяснить, как связаны между собой факторы личностного дифференциала и показатели социальной фрустрированности [24, 58] (табл. 1).

Таблица 1

Показатели социальной фрустрированности и факторов личностного дифференциала

№ п/п	Показатели социальной фрустрированности	Факторы личностного дифференциала		
		Оценка	Сила	Активность
1.	2	-1	6	-3
2.	2,6	3	5	3

3.	1,9	-16	-8	-6
4.	1,2	-4	12	2
5.	1,5	5	13	10
6.	2	-4	-1	9
7.	0,2	18	18	9
8.	0,8	21	17	17
9.	2	2	1	2
10.	0,9	10	12	3
11.	0,6	21	6	11
12.	0,5	21	13	9
13.	2,2	-10	2	5
14.	2	-19	-5	4
15.	1,8	-18	-15	1
16.	1,2	4	5	7
17.	1,9	1	9	9
18.	2,2	-3	-1	2
19.	1,9	4	12	6
20.	1,9	4	4	5

Задача. Выяснить как связаны между собой факторы личностного дифференциала и показатели социальной фрустрированности.

Условие: 4 фактора:

- социальная фрустрированность;
- оценка;
- сила;
- активность.

Метод математической обработки: факторный анализ с использованием коэффициента линейной корреляции Пирсона и корреляционной матрицы.

Для решения используется коэффициент корреляции Пирсона – r :

Попарно вычисляются корреляции между столбцами на основе программы **MS Excel**.

АЛГОРИТМ

расчета эмпирического значения коэффициента линейной корреляции Пирсона – $r_{эмп.}$ в факторном анализе с использованием компьютерной программы MS Excel

Для того чтобы **рассчитать коэффициент корреляции Пирсона** в **Excel** необходимо сделать следующие шаги:

1. Вносим значения для двух переменных в таблицу: *Переменная 1 (столбец А) и Переменная 2 (столбец Б)*.
2. Ставим курсор в пустую ячейку.

3. На панели инструментов нажимаем кнопку f_x (вставить формулу).

4. В открывшемся окне «Мастер функций» в поле «Категории» выбираем **Полный алфавитный перечень**

5. Затем в поле «Выберите функцию» находим функцию **PEARSON**

5.1. Нажимаем **Ок**

6. В открывшемся окне «Аргументы функции» в поле Массив 1 вносим **номера ячеек**, содержащие значения Переменной 1, в поле Массив 2 вносим **номера ячеек**, содержащие значения Переменной 2.

7. Нажимаем **Ок**.

8. Получаем результат – эмпирическое значение коэффициента линейной корреляции Пирсона – $r_{эмп.}$

9. Сравниваем $r_{эмп.}$ с $r_{кр.}$

10. Делаем вывод о статистической значимости (достоверности) критерия r .

Примеры расчета на основе программы **MS Excel**.

Пример 1. Расчет эмпирического значения коэффициента линейной корреляции Пирсона ($r_{эмп.}$) между количественными показателями социальной фрустрированности (СФ – столбец А) и оценкой фактора личностного дифференциала (столбец Б).

	А	Б
1	2	-1
2	2,6	3
3	1,9	-16
4	1,2	-4
5	1,5	5
6	2	-4
7	0,2	18
8	0,8	21
9	2	2
10	0,9	10
11	0,6	21
12	0,5	21
13	2,2	-10
14	2	-19
15	1,8	-18
16	1,2	4
17	1,9	1
18	2,2	-3
19	1,9	4
20	1,9	4

$r_{эмп.} = -0,723$

Пример 2. Расчет эмпирического значения коэффициента линейной корреляции Пирсона ($r_{эмп.}$) между количественными показателями социальной фрустрированности (СФ – столбец А) и силой фактора личностного дифференциала (столбец Б).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	6									
2	2,6	5									
3	1,9	-8									
4	1,2	12									
5	1,5	13									
6	2	-1									
7	0,2	18									
8	0,8	17									
9	2	1									
10	0,9	12									
11	0,6	6									
12	0,5	13									
13	2,2	2									
14	2	-5									
15	1,8	-15									
16	1,2	5									
17	1,9	9									
18	2,2	-1									
19	1,9	12									
20	1,9	4									

Аргументы функции

PEARSON

Массив1 A1:A20 = {2;2,6;1,9;1,2;1,5;2;0,2;0,8;2;0,9;0,6;0,5;2,2;2;1,8;1,2;1,9;2,2;1,9}

Массив2 B1:B20 = {6;5;-8;12;13;-1;18;17;1;12;6;13;2;-5;-15;5;9;-1;12;4}

= -0,59580945

Возвращает коэффициент корреляции Пирсона, r.

Массив2 множество зависимых значений.

Значение: -0,59580945

[Справка по этой функции](#)

$$r_{\text{эмп.}} = -0,595$$

Пример 3. Расчет эмпирического значения коэффициента линейной корреляции Пирсона ($r_{\text{эмп.}}$) между количественными показателями социальной фрустрированности (СФ – столбец А) и активностью фактора личностного дифференциала (столбец Б).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	-3									
2	2,6	3									
3	1,9	-6									
4	1,2	2									
5	1,5	10									
6	2	9									
7	0,2	9									
8	0,8	17									
9	2	2									
10	0,9	3									
11	0,6	11									
12	0,5	9									
13	2,2	5									
14	2	4									
15	1,8	1									
16	1,2	7									
17	1,9	9									
18	2,2	2									
19	1,9	6									
20	1,9	5									

Аргументы функции

PEARSON

Массив1 A1:A20 = {2;2,6;1,9;1,2;1,5;2;0,2;0,8;2;0,9;0,6;0,5;2,2;2;1,8;1,2;1,9;2,2;1,9}

Массив2 B1:B20 = {-3;3;-6;2;10;9;9;17;2;3;11;9;5;4;1;7;9;2;6;5}

= -0,516448939

Возвращает коэффициент корреляции Пирсона, r.

Массив2 множество зависимых значений.

Значение: -0,516448939

[Справка по этой функции](#)

$$r_{\text{эмп.}} = -0,516$$

Аналогично рассчитываем эмпирические значения коэффициента линейной корреляции Пирсона – $r_{\text{эмп.}}$ между количественными показателями оценка (столбец А) и сила (столбец

Б), оценка (столбец А) и активность (столбец Б), сила (столбец А) и активность (столбец Б).

Полученные результаты попарного вычисления корреляций между столбцами представлены в корреляционной матрице (табл. 2).

Таблица 2

Корреляционная матрица

	СФ	Оценка	Сила	Активность
СФ	1,00			
Оценка	- 0,723 ($p < 0,01$)	1,00		
Сила	- 0,595 ($p < 0,01$)	0,808 ($p < 0,01$)	1,00	
Активность	- 0,516 ($p < 0,05$)	0,675 ($p < 0,01$)	0,588 ($p < 0,01$)	1,00

По таблице «Критические значения коэффициента линейной корреляции Пирсона» находим $r_{кр.}$ для $n = 20$:

$$r_{кр.} = \begin{cases} 0,444 (p \leq 0,05) \\ 0,561 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

Для оценки статистической достоверности различий каждого психологического признака корреляционной матрицы сравниваем каждое эмпирическое значение с критическим:

$$r_{эмп.} > r_{кр.}:$$

1. $-0,723 > 0,561 (p < 0,01)$;
2. $-0,595 > 0,561 (p < 0,01)$;
3. $-0,516 > 0,444 (p < 0,05)$;
4. $0,808 > 0,561 (p < 0,01)$;
5. $0,675 > 0,561 (p < 0,01)$;
6. $0,588 > 0,561 (p < 0,01)$.

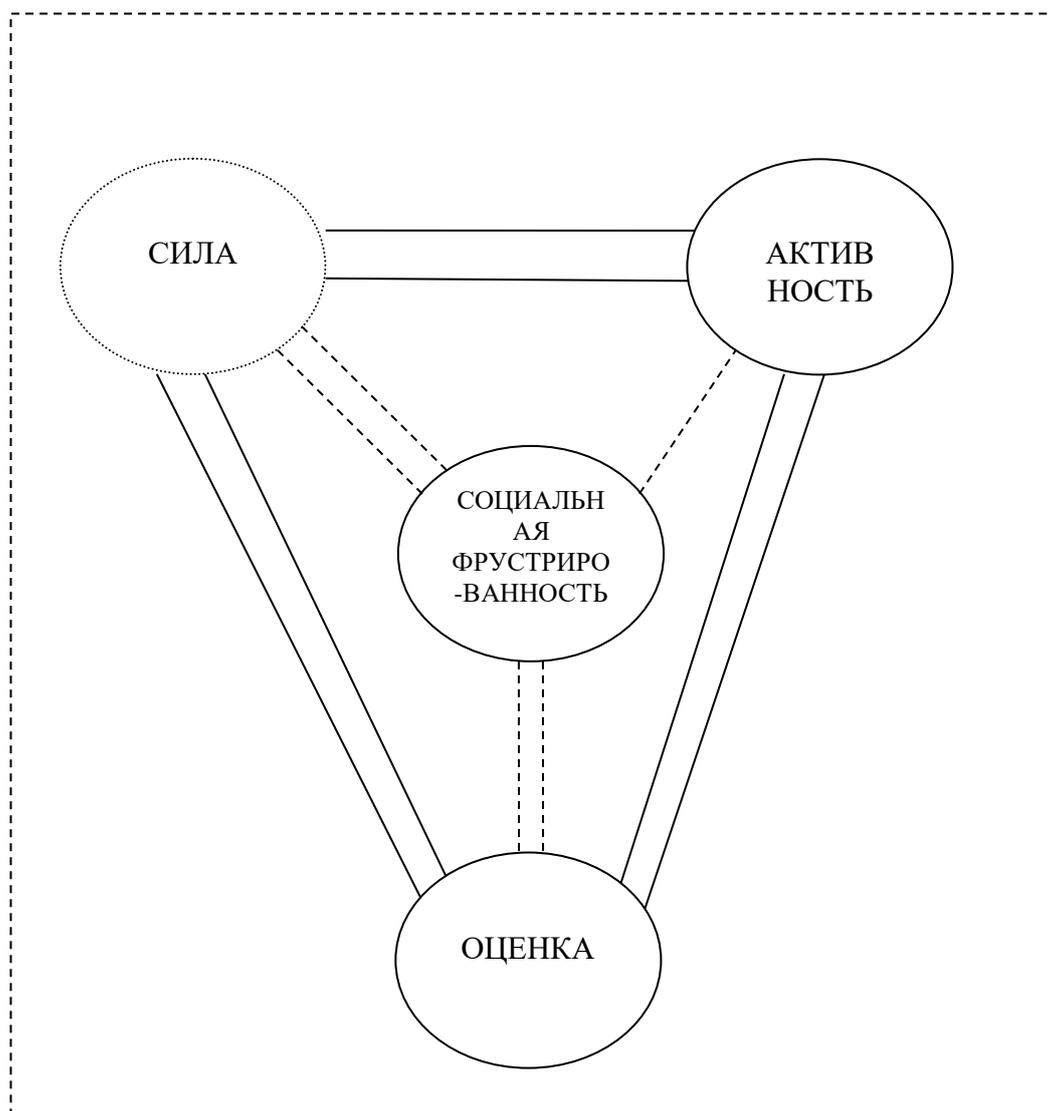
Показатели статистической значимости (достоверности) вносим в корреляционную матрицу и делаем **выводы**:

1) между факторами: оценки и силы, оценки и активности, силы и активности выявлены положительные достоверные связи ($p < 0,01$);

2) между факторами: социальной фрустрированности и оценки, социальной фрустрированности и силы выявлены отрицательные достоверные связи ($p < 0,01$);

3) между факторами: социальной фрустрированности и активности также выявлена отрицательная достоверная связь ($p < 0,05$).

Полученные значимые элементы корреляционной матрицы можно представить графически в виде корреляционного графа.



Положительная связь
связь

$p < 0,01$ _____

Отрицательная

$p < 0,01$ -----

 $p < 0,05$ -----

Корреляционный **анализ**, обработка в SPSS (табл. 3).

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze – Correlate – Bivariate**.
3. В открывшемся окне выделяем необходимые переменные и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Correlation Coefficients** выбираем необходимый **коэффициент** корреляции (r- Пирсона).
4. Нажимаем Ок и получаем следующий результат: **Correlation**.

Таблица 3

Корреляционный анализ, результаты обработки в SPSS

	СФ	Оценка	Сила	Активность
СФ Pearson Coefficients Sig (2-taited) N	1 20	-, 723 ^{xx} 20	-,596 ^{xx} 20	-,516 ^{xx} 20
Оценка Pearson Coefficients Sig (2-taited) N	-,723 ^{xx} 20	1 20	,809 ^{xx} 20	,676 ^{xx} 20
Сила Pearson Coefficients Sig (2-taited) N	-,596 ^{xx} 20	,809 ^{xx} 20	1 20	,588 ^{xx} 20
Активность Pearson Coefficients Sig (2-taited) N	-,516 ^x 20	,676 ^{xx} 20	,588 ^{xx} 20	1 20

xxCorrelation is significant at the 0.01 level (2- tailend).

***Correlation is significant at the 0.05 level (2- tailend).**

В данной матрице содержатся **коэффициенты** корреляции (**Pearson Coefficients**), ниже их уровня (**Sig.(2-taited)**) и число испытуемых (признаков), N = 20.

Коэффициенты со скобками (xx) статистически значимы на уровне $p < 0,01$.

Коэффициенты со скобками (x) статистически значимы на уровне $p < 0,05$.

Таблица 4.5

Критические значения коэффициента линейной корреляции Пирсона

Корреляция статистической значима ($p < 0,05$), если эмпирическое $\rho_{эм} > \rho_{кр(5\%)}$ и тем более достоверна ($p < 0,01$), если эмпирическое $\rho_{эм} > \rho_{кр(1\%)}$

n	Уровень значимости p		n	Уровень значимости p	
	5%	1%		5%	1%
4	0,950	0,990	26	0,398	0,496
5	0,878	0,959	27	0,381	0,487
6	0,811	0,917	28	0,374	0,478
7	0,754	0,874	29	0,367	0,470
8	0,707	0,834	30	0,361	0,463
9	0,666	0,798	35	0,332	0,435
10	0,632	0,765	40	0,310	0,407
11	0,602	0,735	45	0,292	0,384
12	0,576	0,708	50	0,277	0,361
13	0,553	0,684	60	0,253	0,333
14	0,514	0,641	80	0,219	0,288
16	0,497	0,623	90	0,206	0,272
17	0,482	0,606	100	0,196	0,258
18	0,468	0,590	125	0,175	0,230
19	0,456	0,575	150	0,160	0,210
20	0,444	0,561	200	0,138	0,162
21	0,433	0,549	250	0,124	0,163
22	0,423	0,537	300	0,113	0,148
23	0,413	0,526	400	0,098	0,128
24	0,404	0,515	500	0,088	0,115
25	0,396	0,505	1000	0,062	0,081

Контрольные вопросы

1. Дайте общую характеристику дисперсионного анализа
2. Раскройте сущность дисперсионного анализа как математико-статистического метода
3. Охарактеризуйте метод однофакторного дисперсионного анализа для несвязанных выборок
4. Что предполагает однофакторный дисперсионный анализ
5. В чем преимущество однофакторного дисперсионного анализа по сравнению с другими методами
6. Раскройте суть однофакторного дисперсионного анализа для связанных выборок
7. Рассмотрите формулу для расчета эмпирического значения критерия Фишера
8. Какие типы дисперсий (SS) определяют при применении дисперсионного однофакторного анализа
9. Что выявляет каждый тип дисперсии (SS)
10. К каким критериям относится однофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок
11. Назовите быстрые критерии дисперсионного анализа
12. В чем состоит отличие критерия Линка и Уоллеса от критерия Немени
13. Предназначение критерия S – тенденций Джонкира
14. Что позволяет установить S – критерий тенденций Джонкира
15. Каким количеством групп ограничено использование S – критерия тенденций Джонкира
16. Какое количество испытуемых должно быть в каждой группе при использовании критерия S
17. Дайте описание S – критерия тенденций Джонкира
18. Дайте определение инверсии
19. Как располагаются группы в порядке возрастания суммы индивидуальных значений психологического признака при использовании критерия S
20. Назовите формулу для определения эмпирического значения S – критерия
21. Что составляет основу факторного анализа
22. Где в корреляционной матрице располагается фактор
23. Охарактеризуйте каждый коэффициент линейной корреляции Пирсона в корреляционной матрице
24. Что отражает коэффициент линейной корреляции Пирсона в факторном анализе
25. Назовите минимальный уровень статистической значимости коэффициента линейной корреляции Пирсона в факторном анализе

26. Какие правила необходимо выполнять при заполнении корреляционной матрицы

Практические задания

1. Составьте пример алгоритма проверки нормальности распределения результативного признака в дисперсионном анализе

2. Приведите примеры алгоритма расчета величин Q_1 и Q_2 при использовании однофакторного дисперсионного анализа для несвязанных выборок

3. Приведите пример алгоритма подсчета дисперсионного однофакторного анализа для связанных выборок

4. Приведите пример алгоритма расчета критерия Линка и Уоллеса на конкретном психологическом исследовании

5. Представьте алгоритм расчета критерия Немени на конкретном психологическом примере

6. Рассмотрите алгоритм расчета S – критерия тенденций Джонкира на конкретном психологическом примере

7. Приведите алгоритм расчета эмпирического значения коэффициента линейной корреляции Пирсона $r_{эмп}$ в факторном анализе с использованием компьютерной программы MS Exsell на конкретном психологическом примере

8. Составьте корреляционную матрицу на основе попарного вычисления корреляции между столбцами на основе полученных результатов приведенного конкретного психологического примера.

РАЗДЕЛ 5

ВЫБОР МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЗАДАЧ И УСЛОВИЙ ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НА КОНКРЕТНОМ ПРИМЕРЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Пример практической задачи

При анализе среднего балла успеваемости старшеклассников школьным психологом было высказано предположение, что на уровень успеваемости оказывает влияние некоторые социально-психологические факторы (тревожность, агрессия, тип эмоциональной реакции, семейная адаптация и сплоченность).

Психологом были изучены два выпускных класса школы: 11-А и 11-Б. В начале эксперимента - в конце первой четверти - для каждого обучающегося был рассчитан средний балл успеваемости. Ученики обоих классов были протестированы с помощью: методик «Шкала самооценки уровня тревожности» (Ч.Д. Спилбергер, Ю.Л. Ханин), «Диагностика типа эмоциональной реакции на воздействие стимулов окружающей среды» (В.В. Бойко) и опросников «Шкала семейной адаптации и сплоченности» FACES-3 (Д.Х. Олсон, Дж. Портнер, И. Лави, адаптация Э.Г. Эйдемиллер), «Диагностика состояния агрессии» (А. Басса и А. Дарки, модификация Г.В. Резапкиной).

Значение средних баллов успеваемости и результаты тестирования обучающихся 11-А и 11-Б класса приведены в сводных таблицах 1 и 2 соответственно.

Цель: изучить влияние социально-психологических факторов, таких, как: тревожность, агрессия, тип эмоциональной реакции, семейная адаптация и сплоченность на уровень успеваемости (средний балл) обучающихся старших классов.

Задания:

1. Сравнить успеваемость обучающихся 11-А и 11-Б классов.
2. Выявить наличие корреляционной связи между средним баллом успеваемости и социально-психологическими факторами по выбранным методикам в двух группах.
3. Выделить контрольную и экспериментальную группы среди обучающихся 11-А и 11-Б классов.
4. Оценить влияние психокоррекционных мероприятий на успеваемость обучающихся путем сравнения среднего балла успеваемости в первой и второй четверти.

**Значение средних баллов успеваемости и результаты тестирования обучающихся 11-А
класса до эксперимента**

№	Инициалы испытуемых	Средний балл успеваемости	Методика «Шкала самооценки уровня тревожности»		Методика «Диагностика типа эмоциональной реакции на воздействие стимулов окружающей среды»			Опросник «Шкала семейной адаптации и сплоченность»		Опросник «Диагностика состояния агрессии»						
			Личностная тревожность	Ситуативная тревожность	Эйфорическая активность вовне	Рефрактерная активность вовнутрь	Дисфорическая активность вовне	Семейная сплоченность	Семейная адаптация	Физическая агрессия	Косвенная агрессия	Раздражительность	Негативизм	Обидчивость	Подозрительность	Вербальная агрессия
1	А.О.	3,2	56	32	19	17	3	25	15	5	4	6	3	4	5	6
2	Б.А.	4	41	30	27	12	0	14	15	3	3	2	3	4	2	1
3	Б.Д.	3,7	47	32	11	25	3	15	22	2	3	1	5	1	1	2
4	Б.И.	4,5	27	32	13	17	10	31	23	2	3	2	1	1	2	1
5	Б.К.	4,3	41	38	25	8	6	26	23	3	1	3	2	3	4	2
6	Б.К.	4,5	38	34	21	18	0	35	31	2	3	2	1	2	1	1
7	Б.С.	4,6	32	25	20	12	7	38	27	4	3	4	3	3	3	2
8	Г.А.	3,9	47	50	14	20	5	20	18	4	2	2	4	1	2	1
9	Д.П.	3,2	53	44	10	18	11	19	21	6	4	6	3	4	5	6
10	И.И.	4,2	41	41	23	16	0	42	38	2	2	2	1	2	2	1
11	И.С.	3,9	44	41	24	12	3	32	31	6	5	3	3	3	3	2
12	К.Е.	5	18	22	25	11	3	36	40	2	3	4	3	2	4	3
13	К.М.	4	42	40	21	16	2	21	23	4	2	3	4	2	2	3
14	Л.К.	4	24	35	32	13	4	37	34	3	3	4	5	4	5	4
15	М.Т.	4,8	31	36	17	14	8	35	23	0	1	1	0	2	2	1
16	Н.У.	3,6	49	45	20	17	2	16	21	5	6	4	3	4	3	5
17	П.Ж.	4,7	31	22	14	16	10	38	35	4	3	4	4	1	4	5

18	С.М.	4,5	25	33	20	20	11	32	35	1	2	1	2	3	2	1
19	С.С.	4,5	38	15	11	2	2	14	25	3	5	4	4	3	4	5
20	С.Т.	4,8	22	33	14	3	8	25	36	2	3	3	2	1	1	2
21	Т.М.	3,3	30	35	24	11	2	16	13	4	4	6	5	4	5	6
22	У.Т.	4,5	26	31	14	16	11	35	36	3	6	4	3	4	3	5
23	Ф.И.	4,1	42	43	25	12	2	24	24	4	4	5	3	6	4	3
24	Ф.Л.	4,3	39	34	21	13	8	27	21	5	3	4	3	5	6	4
25	Х.Т.	4,4	39	36	20	12	4	25	27	2	2	3	2	1	2	1
26	Ч.А.	3,3	56	48	1	27	11	15	16	6	5	4	4	3	4	5
27	Ч.К.	4,7	31	37	34	4	1	34	40	1	0	1	3	2	1	1
28	Ч.Н.	4,4	38	38	18	10	11	33	35	5	3	4	3	5	6	4
29	Ш.О.	4,7	21	28	15	15	9	29	35	2	2	2	1	1	2	1
30	Ш.С.	4,6	25	35	3	35	1	37	31	1	3	3	3	2	1	2
Среднее значение		4,21	36,47	34,83	18,53	14,73	5,27	27,53	27,13	3,20	3,10	3,23	2,87	2,77	3,03	2,87
Стандартное отклонение		0,51	10,46	7,71	7,40	6,75	3,92	8,56	8,03	1,63	1,40	1,45	1,25	1,41	1,54	1,81
Ошибка средней		0,09	1,91	1,41	1,35	1,23	0,72	1,56	1,47	0,30	0,26	0,27	0,23	0,26	0,28	0,33

Таблица 2

**Значение средних баллов успеваемости и результаты тестирования обучающихся 11-Б
класса до эксперимента**

№	Инициалы испытуемых	Средний балл успеваемости	Методика «Шкала самооценки уровня тревожности»		Методика «Диагностика типа эмоциональной реакции на воздействие стимулов окружающей среды»			Опросник «Шкала семейной адаптации и сплоченность»		Опросник «Диагностика состояния агрессии»						
			Личностная тревожность	Ситуативная тревожность	Эйфорическая активность вовне	Рефрактерная активность вовнутрь	Дисфорическая активность вовне	Семейная сплоченность	Семейная адаптация	Физическая агрессия	Косвенная агрессия	Раздражительность	Негативизм	Обидчивость	Подозрительность	Вербальная агрессия
1	А.К.	3,7	56	26	29	10	0	36	21	4	3	2	3	4	2	1
2	А.Л.	5	22	30	15	18	6	34	44	0	2	1	1	3	2	1
3	А.Л.	4,7	29	30	14	18	7	25	34	1	0	3	2	1	1	2
4	А.Н.	4,3	33	23	21	16	2	34	33	4	3	2	3	4	2	1
5	А.С.	4,1	37	26	27	11	1	39	30	4	2	3	2	3	4	2
6	Б.А.	4,7	28	27	11	18	10	24	35	3	3	2	1	2	1	1
7	Б.Н.	4,9	23	35	20	9	10	32	28	1	2	1	2	3	2	1
8	В.Е.	3,8	45	34	5	31	3	44	24	1	1	1	3	2	1	1
9	В.Л.	4,3	33	33	8	25	6	37	33	3	2	2	1	2	2	1
10	В.Л.	3,9	48	39	12	23	6	36	26	5	6	4	3	4	3	5
11	Г.И.	4	38	22	17	17	5	27	29	4	3	2	3	3	3	2
12	Ж.К.	4,3	40	25	15	18	6	42	40	2	1	2	2	1	2	1
13	З.Д.	4,7	28	22	26	9	4	32	45	4	2	3	1	2	2	3
14	И.К.	4,2	22	26	9	26	4	36	31	1	4	3	5	2	1	2
15	К.А.	4,4	30	29	37	0	2	40	30	3	3	4	3	2	4	3
16	Л.К.	4,8	35	27	25	9	4	36	38	0	2	3	1	2	4	2
17	М.К.	3,8	45	44	12	18	9	21	25	5	4	6	3	4	5	6

18	М.М.	4,4	30	30	16	13	10	36	33	3	3	1	2	1	1	2
19	М.М.	4,9	24	26	36	3	0	35	41	0	0	1	2	2	0	1
20	Н.Ю.	4,7	27	21	24	15	0	35	36	2	2	2	1	4	2	1
21	П.С.	3,9	44	26	11	25	3	36	35	6	4	3	5	3	5	5
22	С.А.	4,7	27	35	13	20	6	25	36	2	2	2	4	1	2	1
23	С.В.	4,5	30	34	17	21	1	35	34	1	1	3	1	4	2	1
24	С.Д.	4,8	24	36	21	18	0	44	40	1	2	1	3	2	1	2
25	С.С.	4,8	39	38	10	22	7	30	37	2	3	2	3	1	2	1
26	Т.В.	4,3	39	46	19	15	5	41	31	4	5	4	5	3	4	5
27	Т.В.	4	41	42	11	19	8	36	28	4	3	4	5	4	2	4
28	Т.С.	3,6	54	50	31	8	0	36	24	5	3	4	3	5	2	4
29	Ф.Е.	3,9	48	31	10	28	1	39	25	5	4	3	4	2	3	3
30	Х.С.	3,5	54	34	5	15	19	25	24	6	3	5	3	4	3	6
Среднее значение		4,32	35,77	31,57	17,57	16,60	4,83	34,27	32,33	2,87	2,60	2,63	2,67	2,67	2,33	2,37
Стандартное отклонение		0,44	10,07	7,41	8,62	7,17	4,19	5,95	6,27	1,81	1,33	1,27	1,30	1,15	1,24	1,65
Ошибка средней		0,08	1,84	1,35	1,57	1,31	0,77	1,09	1,14	0,33	0,24	0,23	0,24	0,21	0,23	0,30

Гипотезы:

H_1 – на уровень успеваемости обучающихся оказывают влияние социально-психологические факторы, такие как: тревожность, агрессия, тип эмоциональной реакции, семейная адаптация и сплоченность.

H_2 – психологическая коррекция некоторых социально-психологических факторов способствует повышению уровня успеваемости обучающихся.

Для выполнения заданий необходимо выбрать методы математической обработки в зависимости от задач и условий психологического исследования.

Задача 1: выявить статистическую значимость различий в средних арифметических значениях показателя «средний балл успеваемости», полученный в двух группах.

Условие: 2 класса:

11-А – 30 учащихся ($n_1=30$);

11-Б – 30 учащихся ($n_2=30$).

Статистические гипотезы:

H_0 – различия в средних арифметических значениях показателя «средний балл успеваемости» в двух группах обучающихся являются статистически незначимыми.

H_1 – различия в средних арифметических значениях показателя «средний балл успеваемости» в двух группах обучающихся являются статистически значимыми.

Метод математической обработки – t -критерий Стьюдента для несвязных выборок. Расчеты будем производить с помощью компьютерной программы MS Excel.

Обработка результатов исследования.

Шаг 1. Помещаем исходные данные таблицы 1 на лист1, присвоив ему имя 11-А, а таблицы 2 на лист2, поменяв имя на 11-Б (приложение 1).

Для подсчета критического значения t -критерия Стьюдента по формуле:

$$t = \frac{\bar{x}_{ар.}^I - \bar{x}_{ар.}^{II}}{\sqrt{m_I^2 + m_{II}^2}}$$

Рассчитаем сначала среднее арифметическое значение по фактору «Средний балл успеваемости» для каждой группы. Воспользуемся встроенными формулами MS Excel.

Для подсчета среднего значения $\bar{x}_{ар}^I$ успеваемости 11-А класса устанавливаем курсор в пустую ячейку (например, ячейку С34) столбца «Средний балл успеваемости до эксперимента» и вызываем Мастер функций. В списке функций выбираем

СРЗНАЧ(число1; число2; ...)

СТУДЕНТ.ТЕСТ																		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
1			Средний балл успеваемости до эксперимента	Методика «Шкала самооценки уровня		Методика "Диагностика типа эмоциональной реакции на			Методика "Шкала семейной адаптации		Тест Басса-Дарки в модиф. Г.В.Резапкиной							
2	№	Инициалы испытуемого		Ситуативная предрасположенность	Личностная предрасположенность	Эмоциональная активность волевым	Рефрактерная активность волевым	Дисфорическая активность волевым	Семейная сплоченность	Семейная адаптация	Физическая агрессия	Косвенная агрессия	Раздражительность	Негативизм	Обидчивость	Подозрительность	Вербальная агрессия	
3	1	А.О.	3,2											3	4	5	6	
4	2	Б.А.	4											3	4	2	1	
5	3	Б.Д.	3,7											5	1	1	2	
6	4	Б.И.	4,5											1	1	2	1	
7	5	Б.К.	4,3											2	3	4	2	
8	6	Б.К.	4,5											1	2	1	1	
9	7	Б.С.	4,6											3	3	3	2	
10	8	Г.А.	3,9											4	1	2	1	
11	9	Д.П.	3,2											3	4	5	6	
12	10	И.И.	4,2											1	2	2	1	
13	11	И.С.	3,9											3	3	3	2	
14	12	К.Е.	5											3	2	4	3	
15	13	К.М.	4											4	2	2	3	
16	14	Л.К.	4											5	4	5	4	
17	15	М.Т.	4,8											0	2	2	1	
18	16	Н.У.	3,6											3	4	3	5	
19	17	П.Ж.	4,7											4	1	4	5	
20	18	С.М.	4,3											2	3	2	1	
21	19	С.С.	4,5											4	3	4	5	
22	20	С.Т.	4,8											2	1	1	2	
23	21	Т.М.	3,3											5	4	5	6	
24	22	У.Т.	4,5											3	4	3	5	
25	23	Ф.И.	4,1	43	42	25	12	2	24	24	4	4	5	3	6	4	3	
26	24	Ф.Л.	4,3	34	39	21	13	8	27	21	5	3	4	3	5	6	4	
27	25	Х.Т.	4,4	36	39	20	12	4	25	27	2	2	3	2	1	2	1	
28	26	Ч.А.	3,3	48	56	1	27	11	15	16	6	5	4	4	3	4	5	
29	27	Ч.К.	4,7	37	31	34	4	1	34	40	1	0	1	3	2	1	1	
30	28	Ч.Н.	4,4	38	38									4	3	5	6	4
31	29	Ш.О.	4,7	28	21									2	1	1	2	1
32	30	Ш.С.	4,6	35	25									3	3	2	1	2
33																		
34	Среднее значение	С3:С32																
35																		
36																		

Аргументы функции

СРЗНАЧ

Число1: **С3:С32** = {3,2;4,3;7,4;5,4;3,4;5,4;6,3;9,3;2;...}

Число2: = число

= 4,206666667

Возвращает среднее арифметическое своих аргументов, которые могут быть числами, именами, массивами или ссылками на ячейки с числами.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 числовых аргументов, для которых вычисляется среднее.

Значение: 4,21

Справка по этой функции

OK Отмена

= СРЗНАЧ(число1; число2; ...)

В поле Число1 выделяем диапазон С3:С32 – столбец со средними баллами успеваемости по первому классу:

Аргументы функции

СРЗНАЧ

Число1: **С3:С32** = {3,2;4,3;7,4;5,4;3,4;5,4;6,3;9,3;2;...}

Число2: = число

= 4,206666667

Возвращает среднее арифметическое своих аргументов, которые могут быть числами, именами, массивами или ссылками на ячейки с числами.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 числовых аргументов, для которых вычисляется среднее.

Значение: 4,21

Справка по этой функции

OK Отмена

После нажатия кнопки Ок в ячейке С34 отобразится искомое среднее значение $\bar{x}_{ар}^f = 4,21$.

Аналогично рассчитываем (или копируем формулу) среднее значение успеваемости для 11-Б класса: $\bar{x}_{ар}^{II} = 4,32$ (можно скопировать формулу из ячейки С34 листа «11-А» в ячейку С34 листа «11-Б»).

Шаг 2. Для подсчета стандартного отклонения среднего значения успеваемости каждого класса, устанавливаем курсор ячейку С35, вызываем Мастер функций, выбираем функцию СТАНДОТКЛОН(число1; число2; ...);

1	СТАНДОТКЛОН			Методика «Шкала самооценки уровня»			Методика "Диагностика типа эмоциональной"			Методика "Шкала семейной"		Тест Басса-Даркина		
	№	Инициалы испытуемого	Средний балл успеваемости до эксперимента	Ситуативная тревожность	Личностная тревожность	эйфорическая активность во вне	рефрактерная активность вовнутрь	дисфорическая активность во вне	Семейная сплоченность	Семейная адаптация	физическая агрессия	косвенная агрессия	раздражительность	
2	1	А.О.	3,2	32	56	19	17	3	25	15	5	4	6	
3	2	Б.А.	4	30	41	27	12	0	14	15	3	3	2	
4	3	Б.Д.	3,7	32	47	11	25	3	15	22	2	3	1	
5	4	Б.И.	4,5	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
6	5	Б.К.	4,3	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
7	6	Б.К.	4,5	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
8	7	Б.С.	4,6	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
9	8	Г.А.	3,9	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
10	9	Д.П.	3,2	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
11	10	И.И.	4,2	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
12	11	И.С.	3,9	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
13	12	К.Е.	5	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
14	13	К.М.	4	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
15	14	Л.К.	4	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
16	15	М.Т.	4,8	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
17	16	Н.У.	3,6	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
18	17	П.Ж.	4,7	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
19	18	С.М.	4,5	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
20	19	С.С.	4,5	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
21	20	С.Т.	4,8	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
22	21	Т.М.	3,3	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
23	22	У.Т.	4,5	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
24	23	Ф.И.	4,1	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
25	24	Ф.Л.	4,3	32	37	12	17	10	24	22	2	3	2	
26	25	Х.Т.	4,4	30	39	20	12	4	26	27	2	2	3	
27	26	Ч.А.	3,3	48	56	1	27	11	15	16	6	5	4	
28	27	Ч.К.	4,7	37	31	34	4	1	34	40	1	0	1	
29	28	Ч.Н.	4,4	38	38	18	10	11	33	35	5	3	4	
30	29	Ш.О.	4,7	28	21	15	15	9	29	35	2	2	2	
31	30	Ш.С.	4,6	35	25	3	35	1	37	31	1	3	3	
32														
33														
34	Среднее значение		4,21											
35	Стандартное отклонение		=СТАНДОТКЛОН(C3:C32)											

Аргументы функции

СТАНДОТКЛОН

Число1: C3:C32 = {3,2;4;3,7;4,5;4,3;4,5;4,6;3,9;3,2;4,2;3,9;5;4;4;4,8;3,6;4,7;4,5;4,5;4,8;3,3;4,5;4,1;4,3;4,4;3,3;4,7;4,4;4,7;4,6}

Число2: = число

= 0,509180094

Эта функция оставлена для совместимости с Excel 2007 и более ранних версий. Оценивает стандартное отклонение по выборке. Логические и текстовые значения игнорируются.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 значений, составляющих выборку из генеральной совокупности; допускаются числовые значения и ссылки на числовые значения.

Значение: 0,51

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

В поле Число1 также выделяем диапазон С3:С32. Получаем $\sigma^I=0,51$ для 11-А класса и $\sigma^{II}=0,44$ для 11-Б класса.

Шаг 3. Находим ошибку средней в каждой группе по формуле:

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

В ячейку С36 вводим формулу =С35/КОРЕНЬ(А32)

	A	B	C	D	E	F	G	H
19	17	П.Ж.	4,7	22	31	14	16	10
20	18	С.М.	4,5	33	25	20	20	11
21	19	С.С.	4,5	15	38	11	2	2
22	20	С.Т.	4,8	33	22	14	3	8
23	21	Т.М.	3,3	35	30	24	11	2
24	22	У.Т.	4,5	31	26	14	16	11
25	23	Ф.И.	4,1	43	42	25	12	2
26	24	Ф.Л.	4,3	34	39	21	13	8
27	25	Х.Т.	4,4	36	39	20	12	4
28	26	Ч.А.	3,3	48	56	1	27	11
29	27	Ч.К.	4,7	37	31	34	4	1
30	28	Ч.Н.	4,4	38	38	18	10	11
31	29	Ш.О.	4,7	28	21	15	15	9
32	30	Ш.С.	4,6	35	25	3	35	1
33								
34		Среднее значение	4,21					
35		Стандартное отклонение						
36		Ошибка средней	0,09					
37								

Получаем: $m_I=0,09$, $m_{II}=0,08$.

Шаг 4. Эмпирическое значения критерия будем искать по формуле:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{|\bar{x}_{\text{ар.}}^I - \bar{x}_{\text{ар.}}^{II}|}{\sqrt{m_I^2 + m_{II}^2}}$$

Для наглядности скопируем необходимые для расчётов данные на отдельный лист «t-критерий» и введем формулу:

$$=ABS(B2-C2)/КОРЕНЬ(B4^2+C4^2)$$

	A	B	C	D	E	F	G
1		11-А	11-Б				
2		Среднее значение	4,21	4,32			
3		Стандартное отклонение	0,51	0,44			
4		Ошибка средней	0,09	0,08			
5		$t_{\text{эмп}} =$	0,9262				
6							

В данном случае получим $t_{\text{эмп}} \approx 0,93$.

Шаг 5. Найдем критические значения критерия по формуле
 $=СТЮДРАСПОБР(\text{вероятность}; \text{степени_свободы})$,

для числа степеней свободы $V = (n_1 + n_2) - 2 = 30 + 30 - 2 = 58$, и для вероятностей $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		11-А	11-Б					
2	Среднее значение	4,21	4,32					
3	Стандартное отклонение	0,51	0,44					
4	Ошибка средней	0,09	0,08					
5	$t_{эмп} =$	0,9262						
6	Уровень значимости $\alpha =$	0,05	0,01					
7	Число степеней свободы $V =$	58						
8	$t_{кр} =$	2,00	2,66					
9								
10								
11								
12								
13								

=СТЮДРАСПОБР(B6;\$B\$)
=СТЮДРАСПОБР(C6;\$B\$)

$0,93 < 2,00$ ($p > 0,05$) и $0,93 < 2,66$ ($p > 0,01$).

Определяем уровень статистической значимости различий между:

$$t_{эмп} < t_{кр}$$

$$0,93 < 2,00 \quad (p > 0,05)$$

Следовательно, принимается гипотеза H_0 , т.е. различия в средних арифметических значениях показателя «средний бал успеваемости», полученные в двух группах обучающихся являются статистически незначимыми.

Таким образом, при сравнении успеваемости по показателю «средний балл» у обучающихся 11-А и 11-Б классов различий не выявлено.

Задача 2: выявить наличие корреляционной связи между средним баллом успеваемости и социально-психологическими факторами по выбранным методикам в двух группах обучающихся.

Условие: 2 класса:

11-А – 30 учащихся ($n_1=30$);

11-Б – 30 учащихся ($n_2=30$).

Статистические гипотезы:

H_0 – существует наличие статистически незначимой корреляционной связи между показателем «средний балл успеваемости» и социально-психологическими факторами по выбранным методикам в двух группах обучающихся.

H_1 – существует наличие статистически значимой корреляционной связи между показателем «средний балл успеваемости» и социально-психологическими факторами по выбранным методикам в двух группах обучающихся.

Обработка результатов исследования.

Исходные данные приведены в таблицах 1 и 2. Расчеты будем производить с помощью компьютерной программы MS Excel. Для выявления статистической связи между факторами, объединим собранные статистические данные по каждому из двух классов в одну таблицу и разместим её на отдельный лист «Коэф_корреляции». Получим объединенную таблицу, содержащую 60 записей по каждому из 15 факторов.

Коэффициент корреляции среднего балла успеваемости (Y) с каждым из факторов ($X_i, i=1,2,\dots,14$) можно вычислить с помощью функции КОРРЕЛ(массив1;массив2).

Для определения коэффициента корреляции Спирмена с помощью табличного процессора MS Excel:

1. Устанавливаем курсор в свободную ячейку, например, D64.
2. В окне Мастера функции в поле «Выберите функцию» находим функцию КОРРЕЛ, нажимаем Ок.
3. В открывшемся окне «Аргументы функции» в поле Массив1 вносим адрес массива, содержащего значения среднего балла успеваемости экспериментальной группы – выделяем массив C3:C62. Делаем ссылки абсолютными, для этого нажимаем F4 (или ставим знаки \$ перед адресом строки и столбца). Ссылка принимает вид \$C\$3:\$C\$62. Это позволит в дальнейшем при копировании формулы зафиксировать столбик «Средний балл успеваемости».
4. В поле Массив2 вносим номера ячеек, содержащие значения столбика «Ситуативная тревожность» – выделяем массив D3:D62.
5. Нажимаем Ок и получаем эмпирическое значение коэффициента ранговой корреляции Спирмена – r_s .
6. Для принятия решения о статистической значимости корреляционной связи необходимо $r_{s \text{ эмп}}$ сопоставить с $r_{s \text{ кр}}$.

В ходе решения задачи 2 в каждом из двух классов (11-А и 11-Б) между средним баллом успеваемости и социально-психологическими факторами изучаемых методик был проведен расчет эмпирических значений коэффициента ранговой корреляции Спирмена и его сравнение с критическими значениями.

Далее приведем расчеты только статистически значимой корреляционной связи между средним баллом успеваемости и социально-психологическими факторами изучаемых методик.

Критические значения коэффициента ранговой корреляции Спирмена – r_s для $n=30$: 0,36 ($p \leq 0,05$) и 0,47 ($p \leq 0,01$).

Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «личностная тревожность» 11-А класса представлены на рис. 1

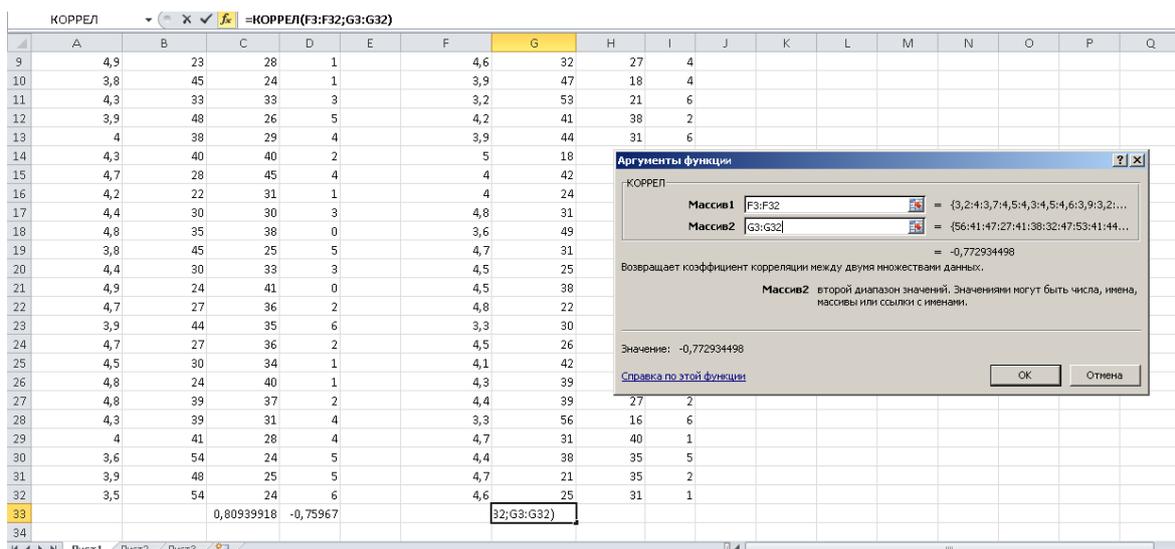


Рис. 1. Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «личностная тревожность»

Вывод: $r_{s \text{ эмп}} > r_{s \text{ кр}}$: $-0,77 > 0,47$ ($p < 0,01$)

Таким образом, выявлена статистически значимая отрицательная корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «личностная тревожность» ($p < 0,01$).

Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация» 11-А класса представлены на рис. 2.

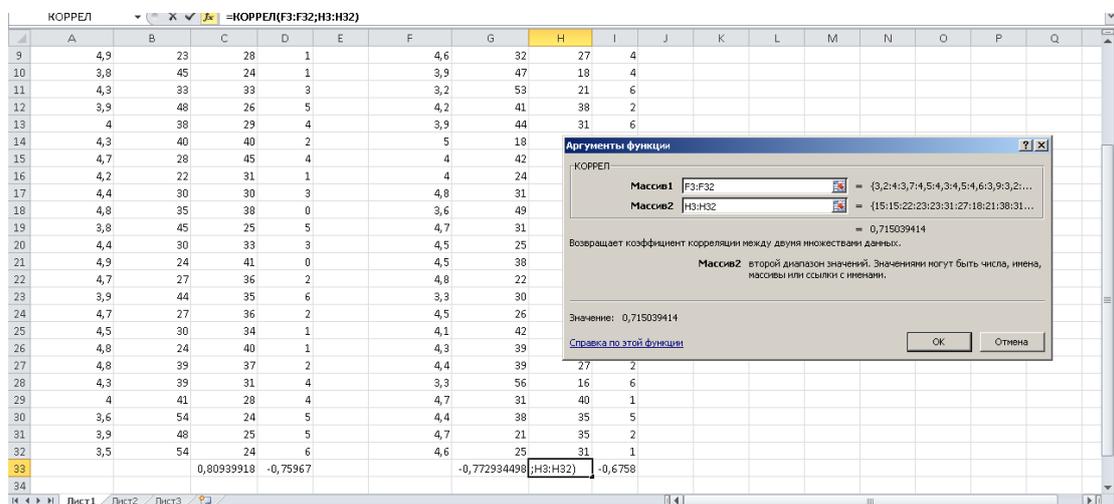


Рис. 2. Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация»

Вывод: $r_{s \text{ эмп}} > r_{s \text{ кр}}$: $0,72 > 0,47$ ($p < 0,01$)

Таким образом, выявлена статистически значимая положительная корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация» ($p < 0,01$).

Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «физическая агрессия» 11-А класса представлены на рис. 3.

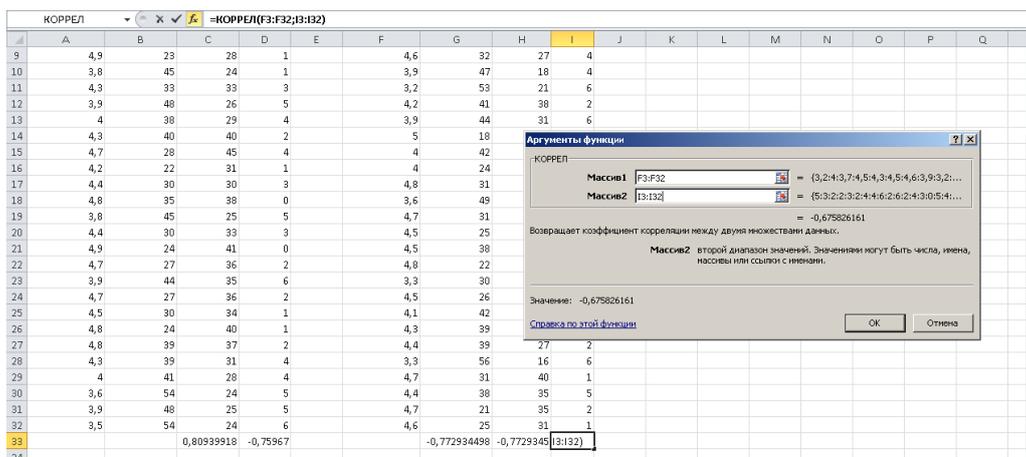


Рис. 3. Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «физическая агрессия»

Вывод: $r_{s \text{ эмп}} > r_{s \text{ кр}}$: $-0,68 > 0,47$ ($p < 0,01$)

Таким образом, выявлена статистически значимая отрицательная корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация» ($p < 0,01$).

Следовательно, на успеваемость обучающихся 11-А класса оказывает влияние следующие социально-психологические факторы: личностная тревожность ($p < 0,01$), семейная адаптация ($p < 0,01$) и физическая агрессия ($p < 0,01$).

Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «личностная тревожность» 11-Б класса представлены на рис. 4.

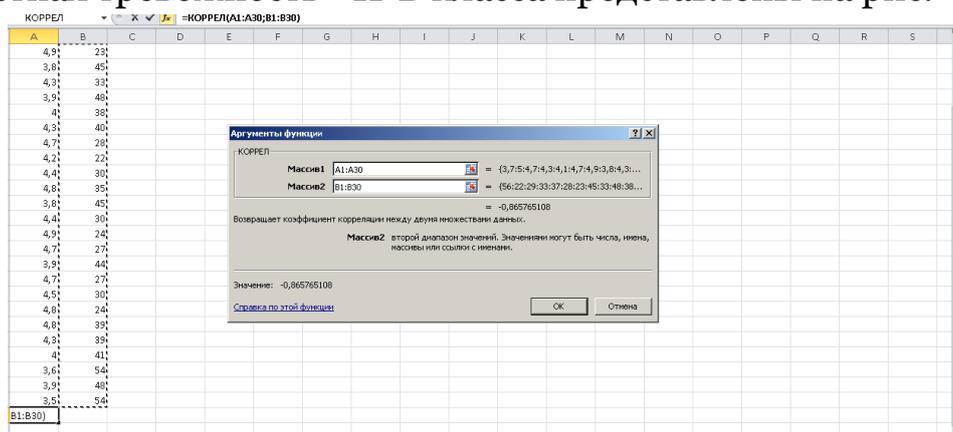


Рис. 4. Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «личностная тревожность»

Вывод: $r_{s \text{ эмп}} > r_{s \text{ кр}}$: $-0,87 > 0,47$ ($p < 0,01$)

Таким образом, выявлена статистически значимая отрицательная корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «личностная тревожность» ($p < 0,01$).

Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация» 11-Б класса представлены на рис. 5.

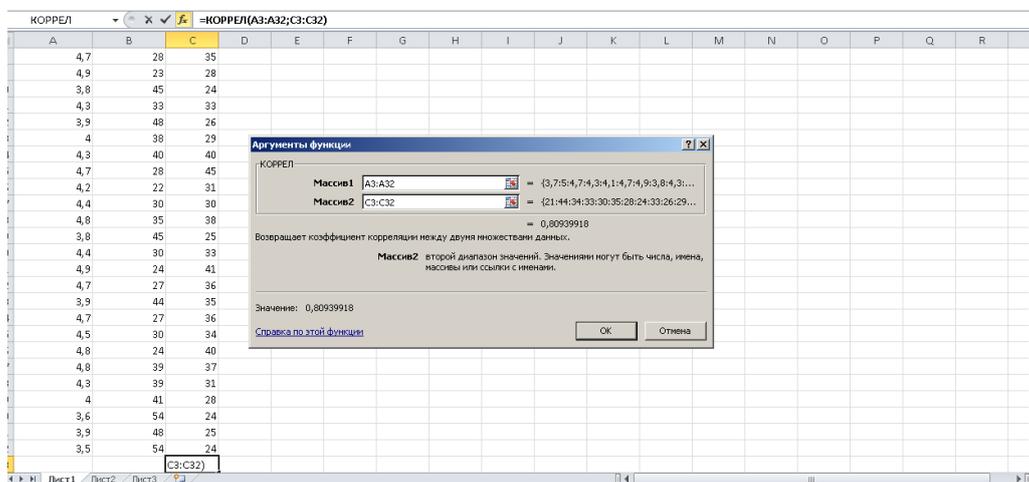


Рис. 5. Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация»

Вывод: $r_{s \text{ эмп}} > r_{s \text{ кр}}$: $0,81 > 0,47$ ($p < 0,01$)

Таким образом, выявлена статистически значимая положительная корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «семейная адаптация» ($p < 0,01$).

Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «физическая агрессия» 11-Б класса представлены на рис. 6.

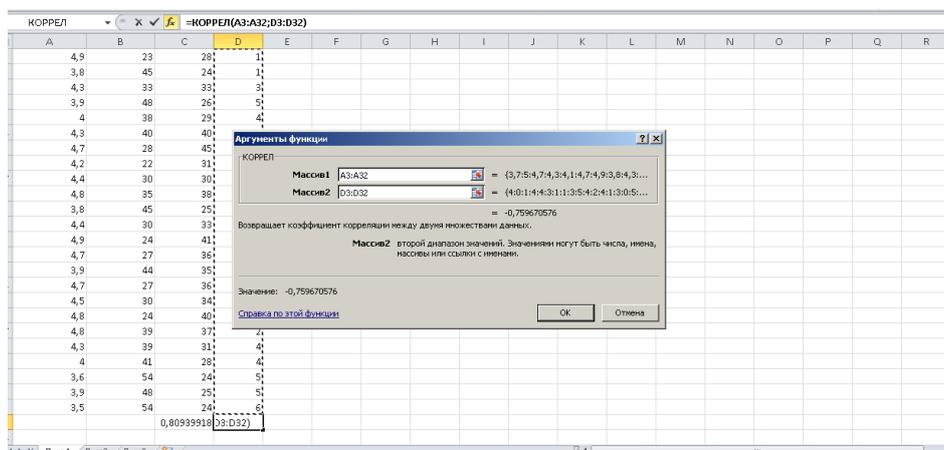


Рис. 6. Корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «физическая агрессия»

Вывод: $r_{s \text{ эмп}} > r_{s \text{ кр}}$: $-0,76 > 0,47$ ($p < 0,01$)

Таким образом, выявлена статистически значимая отрицательная корреляционная связь между показателями «успеваемость» и «физическая агрессия» ($p < 0,01$).

Следовательно, на успеваемость обучающихся 11-Б класса оказывает влияние следующие социально-психологические факторы: личностная тревожность ($p < 0,01$), семейная адаптация ($p < 0,01$) и физическая агрессия ($p < 0,01$).

Таким образом, на основе корреляционного анализа по наибольшим коэффициентам корреляции выделены три одинаковых социально-психологических факторов, статистически значимо ($p < 0,01$) влияющих на успеваемость обучающихся 11-А и 11-Б классов.

Психолог предположил, что проведение психокоррекционной работы, направленной на снижение личностной тревожности, физической агрессии и повышение семейной адаптации, могут существенно повлиять на успеваемость обучающихся.

Были выделены две группы: экспериментальная (11-А класс) и контрольная (11-Б класс). В течение второй четверти в 11-А классе психологом проводился факультатив по семейному воспитанию и тренинги по снижению уровня тревожности и агрессии, а в 11-Б соответствующая работа не проводилась. В конце второй четверти повторно был рассчитан средний балл успеваемости для каждого ученика (средний балл успеваемости после эксперимента).

Задача 3: оценить влияние психокоррекционных мероприятий на успеваемость обучающихся путем сравнения среднего балла успеваемости в первой и второй четверти.

Условие: 2 класса:

11-А (экспериментальная группа) – 30 учащихся ($n_1=30$);

11-Б (контрольная группа) – 30 учащихся ($n_2=30$).

Гипотезы:

H_0 – успеваемость старшеклассников за вторую четверть в контрольной группе изменилась статистически незначимо;

H_1 – успеваемость старшеклассников за вторую четверть в экспериментальной группе изменилась статистически значимо.

Метод математической обработки – G-критерий знаков с помощью табличного процессора MS Excel.

Результаты средних баллов успеваемости обучающихся в экспериментальной и контрольной группах в конце первой и второй четверти представлены в сводных табл. 3 и 4.

Таблица 3

**Сводная таблица средних баллов успеваемости обучающихся
экспериментальной группы (11-А класса)
в конце первой и в конце второй четверти**

№	И.О. испытуемого	Средний балл успеваемости до эксперимента	Средний балл успеваемости после эксперимента
1	А.О.	3,2	4
2	Б.А.	4	4,5
3	Б.Д.	3,7	4,2
4	Б.И.	4,5	4
5	Б.К.	4,3	4,3
6	Б.К.	4,5	5
7	Б.С.	4,6	5
8	Г.А.	3,9	4,4
9	Д.П.	3,2	3,9
10	И.И.	4,2	4,7
11	И.С.	3,9	3,7
12	К.Е.	5	5
13	К.М.	4	4,5
14	Л.К.	4	4,7
15	М.Т.	4,8	4,7
16	Н.У.	3,6	4,1
17	П.Ж.	4,7	4,7
18	С.М.	4,5	5
19	С.С.	4,5	4,9
20	С.Т.	4,8	4,8
21	Т.М.	3,3	4,2
22	У.Т.	4,5	5
23	Ф.И.	4,1	4,6
24	Ф.Л.	4,3	4,8
25	Х.Т.	4,4	4,9
26	Ч.А.	3,3	3
27	Ч.К.	4,7	4,6
28	Ч.Н.	4,4	4,9
29	Ш.О.	4,7	5
30	Ш.С.	4,6	4,5

Таблица 4

**Сводная таблица средних баллов успеваемости обучающихся
контрольной группы (11-Б класса)
в конце первой и в конце второй четверти**

№	И.О. испытуемого	Средний балл успеваемости до эксперимента	Средний балл успеваемости после эксперимента
1	А.К.	3,7	4
2	А.Л.	5	4,9
3	А.Л.	4,7	4,9
4	А.Н.	4,3	4,3
5	А.С.	4,1	4,3
6	Б.А.	4,7	4,4
7	Б.Н.	4,9	4,8
8	В.Е.	3,8	4
9	В.Л.	4,3	4,5
10	В.Л.	3,9	3,8
11	Г.И.	4	3,9
12	Ж.К.	4,3	4,3
13	З.Д.	4,7	4,9
14	И.К.	4,2	4,1
15	К.А.	4,4	4,3
16	Л.К.	4,8	4,7
17	М.К.	3,8	3,7
18	М.М.	4,4	4,6
19	М.М.	4,9	5,1
20	Н.Ю.	4,7	4,9
21	П.С.	3,9	4,1
22	С.А.	4,7	4,7
23	С.В.	4,5	4,4
24	С.Д.	4,8	5
25	С.С.	4,8	5
26	Т.В.	4,3	4,5
27	Т.В.	4	4
28	Т.С.	3,6	3,5
29	Ф.Е.	3,9	4,1
30	Х.С.	3,5	3,7

Обработка результатов исследования.

Для доказательства эффективности проведенной психокоррекционной работы необходимо проверить существенность отличий результатов трех пар рядов данных: 1) средние баллы успеваемости экспериментальной группы до (в конце первой четверти) и после эксперимента (в конце второй четверти); 2) средние баллы успеваемости контрольной группы в конце первой и в конце второй четверти.

Замечание. Выбор метода обработки данных определяется показаниями к использованию критерия знаков G : метод используется для оценки статистической достоверности сдвига под влиянием экспериментальных воздействий, применяется для связанных выборок (одна и та же группа испытуемых до и после эксперимента), количество наблюдений в обоих замерах соответствует требованиям (не менее 5 и не более 300).

Этап 1. На этом этапе необходимо проверить существенность отличий успеваемости испытуемых экспериментальной группы до (в конце первой четверти) и после (в конце второй четверти) проведения психокоррекционной работы.

Условие: экспериментальная группа - 11-А класс ($n_1=30$)

Гипотезы:

H_0 – успеваемость старшеклассников 11-А за вторую четверть в экспериментальной группе повысилась статистически незначимо;

H_1 – успеваемость старшеклассников 11-А за вторую четверть в экспериментальной группе повысилась статистически значимо.

Значения среднего балла успеваемости до и после проведения психокоррекционной работы учащихся экспериментальной группы поместим на лист «G-кр(Эксп)» в расчетную таблицу программы MS Excel (столбики В, С на рис.7).

В столбце D вычислим сдвиги «после» – «до»: в ячейке D4 задаём формулу

D4: =C4-B4 и протягиваем её за маркер заполнения до ячейки D33.

В ячейках E33-E36 разместим формулы для подсчёта количества нулей, отрицательных и положительных сдвигов с помощью функции =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон;Критерий):

E33: =СЧЁТЕСЛИ(D4:D33;0)

E34: =СЧЁТЕСЛИ(D4:D33;">0")

E35: =СЧЁТЕСЛИ(D4:D33;"<0")

Экспериментальная группа				
№	Средний балл успеваемости до эксперимента	Средний балл успеваемости после	Сдвиг	
1	3,2	4	0,8	=C4-B4
2	4	4,5	0,5	
3	3,7	4,2	0,5	
4	4,5	4	-0,5	
5	4,3	4,2	0	
6	4,4	4,9	0,5	
7	3,3	3	-0,3	
8	4,7	4,6	-0,1	
9	4,4	4,9	0,5	
10	4,7	5	0,3	
11	4,6	4,5	-0,1	
n=26		нули	4	=СЧЁТЕСЛИ(D4:D33;0)
		плюс	20	=СЧЁТЕСЛИ(D4:D33;">0")
=D36+D37		минус	6	=СЧЁТЕСЛИ(D4:D33;"<0")
		G_{эмп}	6	
p=0,05	p=0,01	=ЕСЛИ(D36<D37;D36;ЕСЛИ(D36>D37;D37;"метод неприменим"))		
8	6			
Вывод:	Принимается гипотеза	H1	=ЕСЛИ(D38<A40;"H1";"H0")	
	при уровне значимости	0,01	=ЕСЛИ(И(D38<A40;D38>B40);0,05;0,01)	

Рис.7. Использование критерия знаков для оценки статистической достоверности сдвига среднего балла успеваемости экспериментальной группы на базе MS Excel

В ячейке B35 подсчитываем общее число наблюдений (n) как сумму положительных и отрицательных сдвигов:

$$B35: =D36+D37$$

В нашем случае $n=20+6=26$.

$G_{эмп}$ равно числу «нетипичных» сдвигов (сдвигов с меньшим количеством знаков). Значение помещаем в ячейку D38, расчет проведём по формуле:

$$D38: =ЕСЛИ(D36<D37;D36;ЕСЛИ(D36>D37;D37;"метод неприменим"))$$

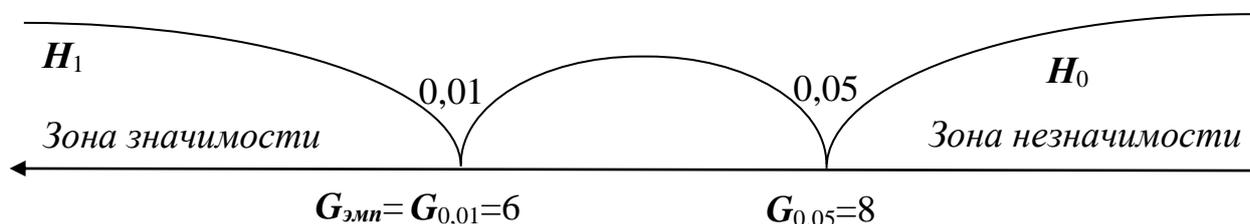
Получим $G_{эмп}=6$.

По таблице критических точек G-критерия, находим значения, соответствующие

По таблице «Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ » определяем

критические значения $G_{кр}$ для $n=26$: $G_{кр}(0,05)=8$, $G_{кр}(0,01)=6$.
 Найденные значения помещаем в ячейки А40 и В40, соответственно.
 Сопоставляем $G_{эмп}$ с $G_{кр}$: $6=6$ ($p=0,01$).

Графическое представление критерия G «ось значимости».



Для автоматизации процесса можно воспользоваться формулами:

D42: =ЕСЛИ(D38<A40;"H1";"H0")

D43: =ЕСЛИ(И(D38<A40;D38>B40);0,05;0,01).

Таким образом, средние баллы успеваемости старшеклассников в экспериментальной группе в конце второй четверти статистически значимо повысились по сравнению со средними баллами, полученными в конце первой четверти ($p=0,01$), принимается гипотеза H_1 .

Этап 2

Условие: Контрольная группа – 11-Б ($n_2=30$);

Гипотезы:

H_0 – успеваемость старшеклассников 11-Б за вторую четверть в контрольной группе повысилась статистически незначимо;

H_1 – успеваемость старшеклассников 11-Б за вторую четверть в контрольной группе повысилась статистически значимо.

Скопируем лист «G-кр(Эксп)», переименуем новый лист в «G-кр(Контр)» и заменим содержимое ячеек В4:D33 на данные со средними баллами успеваемости контрольной группы из табл.5.

В общем случае, дополнительно необходимо поменять только критические значения $G_{кр}$ в ячейках А40 и В40, но в данном примере значение n не изменилось ($n=26$) и значения $G_{кр}$ остались прежними: $G_{кр}(0,05)=8$, $G_{кр}(0,01)=6$. В ячейках D42 и D43 автоматически получен вывод.

Сопоставляем $G_{эмпр}$ с $G_{кр}$: $11>6$ ($p>0,01$).

Таким образом, средние баллы успеваемости старшеклассников в контрольной группе в конце второй четверти изменились статистически незначимо по сравнению со средними баллами, полученными в конце первой четверти ($p>0,01$), принимается гипотеза H_0 .

		F46		fx	
	A	B	C	D	
1	Контрольная группа				
2	№	Средний балл успеваемости до эксперимента	Средний балл успеваемости после	Сдвиг	
3					
4	1	3,7	4	0,3	
5	2	5	4,9	-0,1	
6	3	4,7	4,9	0,2	
7	4	4,3	4,3	0	
8	5	4,1	4,3	0,2	
9	6	4,7	4,4	-0,3	
10	7	4,9	4,8	-0,1	
28	25	4,8	5	0,2	
29	26	4,3	4,5	0,2	
30	27	4	4	0	
31	28	3,6	3,5	-0,1	
32	29	3,9	4,1	0,2	
33	30	3,5	3,7	0,2	
34					
35	n= 26		нули	4	
36			плюс	15	
37			минус	11	
38			G_{эмп}	11	
39	p=0,05	p=0,01			
40	8	6			
41					
42	Вывод:	Принимается гипотеза		Н0	
43		при уровне значимости		0,01	
44					

Рис.8. Использование критерия знаков для оценки статистической достоверности сдвига среднего балла успеваемости контрольной группы на базе MS Excel

Следовательно, под воздействием психокоррекционной работы в экспериментальной группе по сравнению с контрольной успеваемость старшеклассников за вторую четверть повысилась статистически значимо ($p=0,01$).

ВЫВОД: Таким образом, используя математические методы: t -критерий Стьюдент, коэффициента ранговой корреляции Спирмена и

G – критерий знаков на примере практической задачи психологического исследования, были подтверждены обе гипотезы (частично):

1) на уровень успеваемости обучающихся оказывают влияние социально-психологические факторы, такие как: личностная тревожность, физическая агрессия и семейная адаптация.

2) психологическая коррекция данных социально-психологических факторов способствует повышению уровня успеваемости обучающихся.

ТЕСТОВЫЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

Контрольные тесты к первому разделу

1. Сколько специальных шкал измерения применяются для определения значений психологического признака:

- a) одна
- b) две
- c) три
- d) четыре

2. Что входит в формулу расчета параметрического критерия:

- a) порядковая шкала
- b) номинативная шкала
- c) шкала равных отношений
- d) оценка дисперсии
- e) интервальная шкала

3. Непараметрические критерии применяются к использованию:

- a) средне арифметических значений
- b) стандартных отклонений
- c) дисперсии
- d) порядковых (ранг) психологических показателей

4. Укажите низкий уровень статистической значимости критерия:

- a) $p \leq 0,01$ (1%)
- b) $p \leq 0,05$ (5%)
- c) $p \leq 0,001$ (0,1%)

5. Выберите достаточный уровень статистической значимости критерия:

- a) $p \leq 0,01$ (1%)
- b) $p \leq 0,05$ (5%)
- c) $p \leq 0,001$ (0,1%)

6. Выделите высший уровень статистической значимости критерия:

- a) $p \leq 0,01$ (1%)
- b) $p \leq 0,05$ (5%)
- c) $p \leq 0,001$ (0,1%)

7. Сколько классов должно быть в порядковой шкале:

- a) один
- b) два
- c) три

8. В порядковой шкале истинное расстояние между классами:

- a) известно

- b) неизвестно
- c) отсутствует

9. К данным, полученным в порядковой шкале, применяются методы:

- a) параметрические
- b) непараметрические

10. Порядковая шкала – шкала последовательности значений признака:

- a) да
- b) нет
- c) в зависимости от этапа эксперимента

11. Как называется шкала, в которой классификационные ячейки (классы) образуют последовательность от ячейки «самое малое значение» к ячейке «самое большое значение»:

- a) номинативная
- b) интервальная
- c) шкала равных отношений
- d) порядковая (ординальная)

12. Последовательность значений психологического признака с использованием ранжирования – это шкала:

- a) порядковая
- b) номинативная
- c) интервальная
- d) равных отношений

13. Сколько выделяют вариантов номинативной шкалы:

- a) один
- b) два
- c) три
- d) четыре
- e) пять

14. Номинативная шкала характеризуется как:

- a) количественная
- b) качественная
- c) в зависимости от ситуации

15. Сложный вариант номинативной шкалы – классификация ячеек:

- a) одной
- b) двух
- c) трех
- d) больше трех

16. Номинативная шкала имеет интервалы:

- a) да
- b) нет
- c) в зависимости от переменных

17. К какому варианту номинативной шкалы относится дихотомическая шкала:

- a) простому
- b) сложному
- c) смешанному

18. Как называется шкала, классифицирующая элементы по признаку «больше на несколько единиц и меньше на несколько единиц»:

- a) номинативная
- b) порядковая
- c) интервальная
- d) равных отношений

19. Интервальная шкала – это шкала, где каждое из возможных значений признака отстоит от другого на расстоянии:

- a) неизвестном
- b) самом большом
- c) самом малом
- d) равном

20. Что не является характерным для интервальной шкалы:

- a) нормальное распределение значения признака
- b) среднее арифметическое значение
- c) среднее квадратичное отклонение
- d) ранжирование

21. Как измеряется интервальная шкала:

- a) качественно
- b) количественно
- c) не известно

22. Интервальная шкала имеет естественную точку отсчета (О):

- a) да
- b) нет
- c) нуль условен

23. Интервальная шкала имеет качественное измерение:

- a) да
- b) не имеет
- c) иногда

24. В шкале отношений классы обозначаются:

- a) именами
- b) названиями
- c) числами, которые пропорциональны друг другу
- d) рангами

25. Шкала равных отношений предполагает наличие нулевой точки отсчета:

- a) да
- b) нет
- c) иногда
- d) не известно

**Эталоны ответов к контрольным тестам
первого раздела**

№ п/п	Правильный ответ
1.	d
2.	d
3.	d
4.	b
5.	a
6.	c
7.	c
8.	b
9.	b
10.	a
11.	d
12.	a
13.	b
14.	b
15.	c, d
16.	b
17.	a
18.	c
19.	d
20.	d
21.	b
22.	c
23.	b
24.	c
25.	a

Контрольные тесты ко второму разделу

1. Какая шкала измерения психологического признака является характерной для t-критерий Стьюдента:

- a) номинативная
- b) порядковая
- c) интервальная
- d) равных отношений

2. Формула числителя для расчета t-критерий Стьюдента включает:

- a) разность между средне арифметическими значениями
- b) разность между процентами
- c) ошибку средней
- d) стандартное отклонение

3. Формула числителя для расчета метода характеристических интервалов включает:

- a) разность между средне арифметическими значениями
- b) разность между процентами
- c) ошибку средней
- d) стандартное отклонение

4. К параметрическим методам не относятся:

- a) t-критерий Стьюдента
- b) метод характеристических интервалов
- c) коэффициент r – Пирсона
- d) коэффициент r_s – Спирмена

5. Условие для расчета метода характеристических интервалов (выборки испытуемых):

- a) одна
- b) две
- c) три
- d) более трех

6. В чем сходство формулы для расчета t-критерий Стьюдента и метода характеристических интервалов:

- a) числителях
- b) знаменателях
- c) отсутствует

7. В чем отличие формул для расчета t-критерий Стьюдента и метода характеристических интервалов:

- a) числителях
- b) знаменателях
- c) отсутствует

8. Сущность метода характеристических интервалов заключается в определении:

- a) ранга
- b) процента

с) процента и его ошибки

9. Среднее арифметическое значение для расчета t-критерий Стьюдента вычисляется по формуле:

a) $\bar{x}_{ap} = \frac{x_i}{n}$

b) $\bar{x}_{ap} = \frac{\sum x_i}{n}$

c) $\bar{x}_{ap} = \frac{\sum x_i}{n}$

10. Укажите формулу для расчета степеней свободы (V) t-критерий Стьюдента:

a) $V = n_1 + n_2$

b) $V = n_1 - n_2$

c) $V = (n_1 + n_2) - 1$

d) $V = (n_1 + n_2) - 2$

11. Условие для назначения t_{эмп}-критерий Стьюдента (выборки испытуемых):

a) одна

b) две

c) три

d) более трех

12. оценка достоверности различий значений психологического признака в параметрических методах выявляется в:

a) среднее арифметических значениях

b) процентах

c) рангах

13. Коэффициент линейной корреляции по К. Пирсону – r позволяет прямо оценить различия в:

a) рангах

b) процентах

c) средних

14. Значения психологического признака при использовании коэффициента r – Пирсона должны быть измерены по шкале:

a) порядковой

b) интервальной

c) номинативной

d) равных отношений

15. Какую степень корреляционной связи между признаками не отражает коэффициент r – Пирсона:

a) линейную

b) прямую

c) ранговую

16. Параметрические критерии – это критерии, которые включают:

- a) оценку дисперсии
- b) среднее арифметическое значение
- c) интервальную шкалу
- d) нормальное распределение признака
- e) все вышеуказанное

17. Параметрические критерии – это критерии, которые не включают:

- a) оценку дисперсии
- b) среднее арифметическое значение
- c) интервальную шкалу
- d) нормальное распределение признака
- e) ранжирование

18. Параметрический коэффициент корреляции – это коэффициент:

- a) r_s – Спирмена
- b) r – Пирсона

19. Определите формулу для расчета $t_{эмп}$ -критерий Стьюдента:

a)
$$t_{эмп} = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

b)
$$t_{эмп} = \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

c)
$$t_{эмп} = \frac{\bar{x}_{ap}^I + \bar{x}_{ap}^{II}}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

d)
$$t_{эмп} = \frac{\bar{x}_{ap}^I - \bar{x}_{ap}^{II}}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

20. Определите формулу для расчета $t_{эмп}$ методом характеристических интервалов:

a)
$$t_{эмп} = \frac{x_{ap}^I + x_{ap}^{II}}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

b)
$$t_{эмп} = \frac{\bar{x}_{ap}^I - \bar{x}_{ap}^{II}}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

c)
$$t_{эмп} = \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

d)
$$t_{эмп} = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

**Эталоны ответов к контрольным тестам
второго раздела**

№ п/п	Правильный ответ
1.	с
2.	а
3.	b
4.	d
5.	b
6.	b
7.	а
8.	с
9.	b
10.	d
11.	b
12.	а
13.	с
14.	b
15.	с
16.	e
17.	e
18.	b
19.	d
20.	d

Контрольные тесты к третьему разделу

- 1. Q – критерий Розенбаума относится к критериям:**
 - a) параметрическим
 - b) непараметрическим
- 2. Q – критерий Розенбаума используется для выявления статистической достоверности различий исследуемого психологического признака в:**
 - a) распределении
 - b) согласованности изменений
 - c) сдвигах
 - d) уровне
- 3. Данные психологического исследования при применении Q – критерия Розенбаума должны быть представлены в шкале:**
 - a) номинативной
 - b) порядковой
 - c) интервальной
- 4. Какие классы должны быть представлены в порядковой шкале Q – критерия Розенбаума**
 - a) низкий
 - b) средний
 - c) высокий
 - d) все вышеуказанные
- 5. Первым рядом при применении Q – критерия Розенбаума считается тот ряд, где значения:**
 - a) ниже
 - b) выше
 - c) средние
- 6. Вторым рядом при использовании Q – критерий Розенбаума считается тот ряд, где значения:**
 - a) средние
 - b) выше
 - c) ниже
- 7. Определите формулу расчета эмпирического значения Q – критерий Розенбаума:**
 - a) $Q_{\text{эмп}} = S_1 - S_2$
 - b) $Q_{\text{эмп}} = S_2 - S_1$
 - c) $Q_{\text{эмп}} = S_1 + S_2$
- 8. Критерий Манна-Уитни относится к:**
 - a) непараметрическим
 - b) параметрическим

9. Определите эмпирическую величину U – критерии Манна-Уитни по формуле:

a) $U_{\text{эмп}} = (n_1 * n_2) + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x$

b) $U_{\text{эмп}} = (n_1 - n_2) + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x$

c) $U_{\text{эмп}} = (n_1 + n_2) + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x$

10. Различия между двумя выборами при использовании критерия Манна-Уитни являются достоверными если:

a) $U_{\text{эмп}} = U_{\text{кр}}$

b) $U_{\text{эмп}} \geq U_{\text{кр}}$

c) $U_{\text{эмп}} \leq U_{\text{кр}}$

11. В какой шкале могут быть представлены данные психологических исследований при использовании критерия ϕ^* Фишера:

a) номинативной

b) порядковой

c) интервальной

d) равных отношений

e) любой

12. Критерий ϕ^* Фишера позволяет оценить достоверность различий психологического признака:

a) в средних значениях

b) дисперсиях

c) по процентной доле

13. Использование H – критерия Крускала-Уоллиса позволяет выявить уровень различий одновременно между количеством выборок:

a) три

b) четыре

c) более четырех

d) все ответы правильные

14. Количество степеней свободы при использовании критерия Крускала-Уоллиса определяется по формуле:

a) $V = C - 2$

b) $V = C + 2$

c) $V = C + 1$

d) $V = C - 1$

15. Все индивидуальные показатели психологических признаков при использовании H – критерия Крускала-Уоллиса подлежат:

a) нахождению среднего арифметического значения

b) определению стандартного отклонения

- c) определению процентной доли
- d) ранжированию

16. Какой из указанных непараметрических критериев является многофункциональным:

- a) Q – критерий Розенбаума
- b) U – критерии Манна-Уитни
- c) H – критерий Крускала-Уоллиса
- d) ϕ^* – критерий Фишера

17. Какой из непараметрических критериев выявляет достоверность различий по процентной доле встречаемости эффекта психологического признака путем сравнения двух выборок:

- a) Q – критерий Розенбаума
- b) U – критерии Манна-Уитни
- c) H – критерий Крускала-Уоллиса
- d) ϕ^* – критерий Фишера

18. Выделите непараметрический критерий для выявления статистической значимости различий в уровне исследуемого признака между тремя выборками:

- a) Q – критерий Розенбаума
- b) U – критерии Манна-Уитни
- c) H – критерий Крускала-Уоллиса
- d) ϕ^* – критерий Фишера

19. Какие математические методы используются для выявления статистической значимости различий в распределении показателей психологических признаков

- a) Q – критерий Розенбаума
- b) U – критерии Манна-Уитни
- c) ϕ^* – критерий Фишера
- d) χ^2 – критерий Пирсона

20. Что позволяет провести критерий χ^2 :

- a) сопоставление эмпирического распределения с теоретическим распределением
- b) сопоставление двух эмпирических распределений
- c) сопоставление одновременно трех и более распределений
- d) все вышеуказанное

21. В какой шкале позволяет сопоставить распределение психологических признаков критерий χ^2 :

- a) номинативной
- b) порядковой
- c) интервальной
- d) равных отношений
- e) любой

22. Укажите объем выборки при использовании χ^2 – критерий Пирсона:

- a) $n = 30$
- b) $n < 30$
- c) $n \geq 30$

23. Теоретическая частота для каждой ячейки таблицы при использовании χ^2 – критерий Пирсона должна быть:

- a) $f_{\text{теор}} = 5$
- b) $f_{\text{теор}} < 5$
- c) $f_{\text{теор}} \geq 5$

24. Коэффициент ранговой корреляции r_s Спирмена – это метод:

- a) непараметрический
- b) параметрический

25. Какой из непараметрических методов используется для выявления степени согласованности изменений психологических признаков:

- a) коэффициент линейной корреляции r -Пирсона
- b) коэффициент ранговой корреляции r_s Спирмена

26. Назовите условие для выявления достоверности степени согласованности изменений психологических признаков с использованием r_s – коэффициента ранговой корреляции Спирмена:

- a) два психологических признака
- b) две выборки испытуемых
- c) три выборки испытуемых
- d) более трех выборок испытуемых

27. Показания (условия) для применения r_s – коэффициента ранговой корреляции Спирмена – это наличие:

- a) двух выборок испытуемых
- b) трех выборок испытуемых
- c) более трех выборок испытуемых
- d) двух иерархий или профилей психологических признаков

28. Выбор коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s используется для выявления достоверности различий психологического признака в:

- a) уровне
- b) распределении
- c) степени согласованности изменений

29. Критические значения выборочного коэффициента корреляции рангов (r_s) между двумя психологическими признаками и условием – одна выборка испытуемых определяется по:

- a) N – количеству испытуемых, участвующих в ранжировании

b) N – количеству психологических признаков, участвующих в ранжировании

30. Критические значения коэффициента корреляции рангов (r_s) между двумя групповыми иерархиями психологических признаков (или профилей) определяется по:

- a) N – количеству испытуемых, участвующих в ранжировании
- b) N – количеству психологических признаков, участвующих в ранжировании

31. Степень согласованности изменений психологических признаков статистически значима (достоверная) при использовании коэффициента ранговой корреляции r_s Спирмена, если:

- a) $r_{s \text{ эмп.}} = r_{s \text{ кр.}}$
- b) $r_{s \text{ эмп.}} < r_{s \text{ кр.}}$
- c) $r_{s \text{ эмп.}} \geq r_{s \text{ кр.}}$

32. Что позволяет определить метод ранговой корреляции Спирмена между двумя психологическими признаками или двумя профилями (иерархиями) признаков:

- a) степень (силу или тесноту) корреляционной связи
- b) корреляционную зависимость
- c) направление корреляционной связи
- d) все вышеуказанное

33. Как могут быть измерены сдвиги психологических показателей под влиянием экспериментальных воздействий с использованием G – критерий знаков:

- a) количественно
- b) качественно
- c) количественно и качественно

34. Критерий знаков G используется для оценки статистической достоверности сдвига психологического признака в:

- a) уровне
- b) распределении
- c) степени согласованности изменений
- d) под влиянием экспериментальных воздействий

35. Сколько видов сдвигов выделяются при использовании критерия знаков G :

- a) один
- b) два
- c) три
- d) четыре

36. Какие виды сдвигов выделяются при использовании критерия знаков G:

- a) типичные
- b) нетипичные
- c) нулевые
- d) все вышеуказанные

37. Какие виды сдвигов исключаются из расчета критерия знаков G:

- a) типичные
- b) нетипичные
- c) нулевые

38. Что считается критическим значением критерия знаков G:

- a) сумма типичных и нулевых сдвигов
- b) сумма нетипичных и нулевых сдвигов
- c) разность между типичными и нетипичными сдвигами
- d) сумма типичных и нетипичных сдвигов

39. Что считается эмпирическим значением критерия знаков G:

- a) сумма типичных сдвигов
- b) сумма нулевых сдвигов
- c) сумма нетипичных сдвигов

40. На какое направление изменений психологического признака при использовании критерия знаков G указывает типичные сдвиги:

- a) непреобладающее
- b) преобладающее

41. Сопоставление $G_{\text{эмп.}}$ и $G_{\text{кр.}}$ является достоверным в типичную сторону если:

- a) $G_{\text{эмп.}} = G_{\text{кр.}}$ ($p=0,05$; $p=0,01$)
- b) $G_{\text{эмп.}} \geq G_{\text{кр.}}$ ($p \geq 0,05$; $p \geq 0,01$)
- c) $G_{\text{эмп.}} \leq G_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

42. Для какой оценки достоверности различий психологического признака применяется T – критерий Вилкоксона:

- a) уровне
- b) распределения
- c) степени согласованности
- d) сдвигов под влиянием экспериментальных воздействий

43. Что устанавливает T – критерий Вилкоксона в сдвигах показателей психологического признака:

- a) направленность изменений
- b) выраженность изменений
- c) направленность и выраженность изменений

44. В каких условиях происходит измерение значений психологического признака при использовании T – критерия Вилкоксона:

- a) двух одинаковых
- b) трех разных
- c) двух разных

45. Какие выборки испытуемых участвуют в использовании T – критерия Вилкоксона:

- a) разные
- b) одна и та же

46. По какой шкале при использовании T – критерия Вилкоксона должны быть измерены значения психологических признаков

- a) номинативной
- b) порядковой
- c) интервальной равных отношений

47. сколько видов сдвигов выделяется при использовании T – критерия Вилкоксона:

- a) один
- b) два
- c) три
- d) четыре

48. Какие виды сдвигов не выделяются при использовании T – критерия Вилкоксона:

- a) типичные
- b) нетипичные
- c) нулевые

49. Что считается эмпирическим значением критерия T – Вилкоксона:

- a) сумма рангов типичных сдвигов
- b) разность между суммой рангов нетипичных и типичных сдвигов
- c) сумма рангов нетипичных сдвигов

50. Сопоставление $T_{эмп}$ и $T_{кр}$ является достоверным в типичную сторону, если:

- a) $T_{эмп.} = T_{кр.}$ ($p=0,05$; $p=0,01$)
- b) $T_{эмп.} \geq T_{кр.}$ ($p \geq 0,05$; $p \geq 0,01$)
- c) $T_{эмп.} \leq T_{кр.}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

51. Чему подлежат все абсолютные значения разности психологического показателя при использовании T – критерия Вилкоксона:

- a) нахождению среднего арифметического значения
- b) определению стандартного отклонения
- c) определению процентной доли
- d) ранжированию

52. Критерий χ^2_{Γ} Фридмана применяется для сопоставления значений психологических показателей, измеренных на одной и той же выборке испытуемых в условиях:

- a) двух
- b) трех
- c) трех и более

53. Чему подлежат индивидуальные значения психологических показателей при использовании критерия χ^2_{Γ} Фридмана:

- a) нахождению среднего арифметического значения;
- b) определению стандартного отклонения
- c) определению процентной доли
- d) ранжированию

54. L – критерий тенденций Пейджа используется для сопоставления показателей и тенденций в изменении величин данных психологических показателей, измеренных на одной и той же выборке испытуемых в условиях:

- a) двух
- b) трех
- c) трех и более

55. При использовании L – критерий тенденций Пейджа индивидуальные значения психологических показателей подлежат:

- a) нахождению среднего арифметического значения
- b) определению стандартного отклонения
- c) определению процентной доли
- d) ранжированию

**Эталоны ответов к контрольным тестам
третьего раздела**

№ п/п	Правильный ответ	№ п/п	Правильный ответ	№ п/п	Правильный ответ
1.	b	21.	e	41.	c
2.	d	22.	c	42.	d
3.	b	23.	c	43.	c
4.	d	24.	a	44.	c
5.	b	25.	b	45.	b
6.	c	26.	a	46.	b
7.	c	27.	d	47.	b
8.	a	28.	c	48.	c
9.	a	29.	a	49.	c
10.	c	30.	b	50.	c
11.	e	31.	c	51.	d
12.	c	32.	d	52.	c
13.	d	33.	c	53.	d
14.	d	34.	d	54.	c
15.	d	35.	c	55.	d
16.	d	36.	d		
17.	d	37.	c		
18.	c	38.	d		
19.	d	39.	c		
20.	d	40.	b		

Контрольные тесты к четвертому разделу

1. Какая шкала измерения значений психологических признаков используется в дисперсионном анализе:

- a) номинативная
- b) порядковая
- c) интервальная
- d) равных отношений

2. Для какой шкалы измерения характерно нормальное распределение значений результативного признака в дисперсионном анализе:

- a) номинативная
- b) порядковая
- c) интервальная
- d) равных отношений

3. Дисперсионный анализ включает определение следующих значений психологического признака:

- a) среднее арифметическое
- b) оценку дисперсии
- c) среднее квадратическое отклонение
- d) все вышеуказанное

4. Дисперсионный анализ не включает определение значений психологического признака:

- a) среднее арифметическое
- b) оценку дисперсии
- c) ранжирование

5. К каким критериям относится дисперсионный однофакторный анализ для связанных выборок:

- a) параметрическим
- b) непараметрическим

6. Критерий Линка и Уоллеса – это критерий:

- a) параметрическим
- b) непараметрическим

7. Критерий Немени – это критерий:

- a) параметрическим
- b) непараметрическим

8. Влияние регулируемого фактора на изменения результативного признака при использовании критерия Линка и Уоллеса статистически значимо (достоверно), если:

- a) $K_{\text{эмп.}} = K_{\text{кр.}}$ ($p=0,05$; $p=0,01$)
- b) $K_{\text{эмп.}} \leq K_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)
- c) $K_{\text{эмп.}} \geq K_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

9. Различия между группами испытуемых при использовании Критерия Немени статистически значимы (достоверны), если:

a) $D_{\text{абс.}} = D_{\text{кр.}}$ ($p=0,05$; $p=0,01$)

b) $D_{\text{абс.}} \leq D_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

c) $D_{\text{абс.}} \geq D_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

10. Критерий Линка и Уоллеса не включают определение следующих значений психологического признака между группами:

a) среднее арифметическое

b) оценку дисперсий

c) ранжирование

11. Критерий Немени включают определение значений психологического признака между группами:

a) среднее арифметическое

b) оценку дисперсий

c) ранжирование

12. Каким качеством групп (C) ограничено применение S критерия:

a) $3 \leq C \leq 6$

b) $3 = C = 6$

c) $3 \geq C \geq 6$

13. Какое количество испытуемых (N) должно быть в каждой группе при использовании S критерия:

a) $2 \leq N \leq 10$

b) $2 = N = 10$

c) $2 \geq N \geq 10$

14. Расположение групп испытуемых в порядке возрастания суммы индивидуальных значений по столбцам при использовании S критерия:

a) справа налево

b) слева направо

c) не имеет значения

15. При использовании критерия S инверсия – это характеристика индивидуальных значений психологического признака:

a) количественная и качественная

b) качественная

c) количественная

16. Формула для определения эмпирического значения S критерия:

a) $S_{\text{эмп}} = 2 * A + B$

b) $S_{\text{эмп}} = 2 (A : B)$

c) $S_{\text{эмп}} = 2 * A - B$

17. Тенденция изменений психологического признака между группами при использовании S критерия является статистически значимой (достоверной), если:

a) $S_{\text{эмп.}} = S_{\text{кр.}}$ ($p=0,05$; $p=0,01$)

b) $S_{\text{эмп.}} \leq S_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

c) $S_{\text{эмп.}} \geq S_{\text{кр.}}$ ($p \leq 0,05$; $p \leq 0,01$)

18. Основу факторного анализа между несколькими психологическими признаками составляет:

a) параметрические критерии

b) непараметрические критерии

c) корреляционные связи

19. Основу факторного анализа составляют:

a) коэффициент линейной корреляции Пирсона

b) корреляционная матрица

c) коэффициент линейной корреляции и корреляционная матрица

20. Фактор, устанавливающий связь со всеми другими факторами в корреляционной матрице по столбцу и строке, располагаются:

a) слева (первым)

b) справа (первым)

21. Минимальный уровень статистической значимости коэффициента линейной корреляции в факторном анализе берется равным:

a) 0,2

b) 0,3

c) 0,4

22. При заполнении корреляционной матрицы в факторном анализе необходимо ставить:

a) абсолютную величину коэффициента

b) статистическую значимость коэффициента

c) абсолютную величину и статистическую значимость коэффициента

**Эталоны ответов к контрольным тестам
четвертого раздела**

№ п/п	Правильный ответ
1.	с
2.	с
3.	d
4.	с
5.	a
6.	a
7.	b
8.	с
9.	с
10.	с
11.	с
12.	a
13.	a
14.	b
15.	с
16.	с
17.	с
18.	с
19.	с
20.	a
21.	с
22.	с

ЛИТЕРАТУРА

1. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М. : Наука. Главн. редакция физико-математ. литературы, 1983. – 416 с.
2. Бурлачук Л.Ф. Словарь-справочник по математической диагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов. – К. : Наук. думка, 1989. – 200 с.
3. Бурлачук Л.Ф. Словарь-справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов. – СПб. : Издательство «Питер», 2000. – 528 с.
4. Ван дер Варден Б.Л. Математическая статистика / Б.Л. Ван дер Варден. – М. : Книга по Требованию, 2012. – 435 с.
5. Волженцева І.В. Магістерські роботи з психології / І.В. Волженцева. – Донецьк : Східний видавничий дом, 2009. – 85 с.
6. Генес В.С. Некоторые простые методы кибернетической обработки данных диагностических и физиологических исследований / В.С. Генес ; АН СССР, Науч. совет по комплекс. проблеме «Кибернетика». – М. : Наука, 1967. – 208 с.
7. Генес В.С. Последовательный анализ диагностической значимости комплексов по методу характеристических интервалов // Математические методы в психиатрии и неврологии / Под ред. И.М. Тонконового и Б.В. Иовлева. – Л. : НИПИ им. В.М. Бехтерева, 1972. – С. 18-19.
8. Григорьев П.Е. Статистические методы в психологических исследованиях : Учебное пособие / П.Е. Григорьев, И.В. Васильева. – Тюмень : Изд-во Тюменского государственного университета, 2018. – 216 с.
9. Гублер Е.В. Вычислительные методы анализа и распознавания психологических последствий / Е.В. Гублер. – Л. : Медицина, 1978. – 142 с.
10. Дудорова Э.С. Математическая статистика : Учебник / Э.С. Дудорова. – СПб. : Лань П, 2016. – 704 с.
11. Дьячук А.А. Математические методы в психологических и педагогических исследованиях : Учебное пособие / А.А. Дьячук. – Красноярск : Красноярский гос. пед. унт им. В.П. Астафьева, 2013. – 347 с.
12. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов: Учебник / О.Ю. Ермолаев. – 2-е изд., испр. – М. : Московский психолого-социальный институт, 2003. – 336 с.
13. Заворотнев Ю.Д. Курс лекций по вероятностно-статистическим методам в психологии / Ю.Д. Заворотнев, А.С. Крахмаль, Е.Б. Лещинский. – Донецк : Изд-во «НОРД – ПРЕСС», 2005. – 275 с.

14. Калачева И.В. Статистические методы в психологии : Учебно-методическое пособие / И.В. Калачева. — Могилев : МГУ им. А.А. Кулешова, 2017. — 396 с.

15. Кожевников В.М. Экспериментальное психологическое исследование : теория, методология, методика : Учебник / В.М. Кожевников, И.И. Кожевникова, В.Е. Лунев. — Донецк : Східний видавничий дом, 2015. — 472 с.

16. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. — М. : КноРус, 2017. — 304 с.

17. Критерий Стьюдента (t – критерий) / Лабораторный практикум по общей психологии : Учеб.-метод. пособие для студентов-заочников пед. ин-тов / Под ред. В.М. Гамезо. — М. : Просвещение, 1979. — С. 126-127.

18. Кричевец А.Н. Математическая статистика для психологов / А.Н. Кричевец. — М. : Academia, 2015. — 384 с.

19. Кричевец А.Н. Математическая статистика для психологов : Учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / А.Н. Кричевец, А.А. Корнеев, Е.И. Рассказова. — М. : Издательский центр «Академия», 2012. — 400 с.

20. Кулагина И.В. Статистические методы в психологии : практикум / И.В. Кулагина. — Тольятти : Изд-во ТГУ, 2017. — 91 с.

21. Максимов Ю.Д. Математическая статистика : опорный конспект / Ю.Д. Максимов. — М. : Проспект, 2016. — 104 с.

22. Некрасов С.Д. Математические методы в психологии (MS Excel) : Учеб. пособие. 3-е изд., испр. и доп. / С.Д. Некрасов. — Краснодар : Кубанский гос. ун-т, 2014. — 147 с.

23. Остапенко Р.И. Математические основы психологии : Учебно-методическое пособие / Р.И. Остапенко. — Воронеж. : ВГПУ, 2010. — 76 с.

24. Остапенко Р.И. Математические основы психологии : Учебно-методическое пособие / Р.И. Остапенко. — Воронеж: ВГПУ, 2010. — 76 с.

25. Оуэн Д.Б. Сборник статистических таблиц / Пер. с англ. Л.Н. Большева и В.Ф. Котельниковой. — Изд. 2-е, исправл. — М. : Вычислительный центр АН СССР, 1973. — 586 с.

26. Первитская А.М. Математические методы в психологии : Учебное пособие / А.М. Первитская. — Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 2013. — 70 с.

27. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии / Е.В. Сидоренко. — СПб : «РЕЧЬ», 2001. — 349 с.

28. Таганов Д.Н. SPSS. Статистический анализ в маркетинговых исследованиях / Д.Н. Таганов — СПб. : Питер, 2005. — 192 с.

29. Урбах В.Ю. Биометрические методы. Статистическая обработка опытных данных в биологии, сельском хозяйстве и медицине / В.Ю. Урбах. – М. : Наука, 1964. – 415 с.

30. Хуснутдинов Р.Ш. Математическая статистика : Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. – М. : Инфра-М, 2018. – 384 с.

31. Чашкин Ю.Р. Математическая статистика. Анализ и обработка данных : Учебное пособие / Ю.Р. Чашкин; Под ред. С. Н. Смоленский. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2010. – 236 с.

32. Creene I.D. Learning to Use Statistical Tests in Psychology : a Student's Guide / I.D. Creene, M. Olivera. – Milton Keynes Philadelphia : Open University Press, 1989. – 180 p.

33. Wilcoxon F. Individual Comparisons by Ranking Methods / F. Wilcoxon // Biometrics Bulletin. – 1945. – № 1. – P. 80-83.

Учебное пособие

Авторы:

Рядинская Е.Н., Балко Е.В., Богрова К.Б., Бондарь Л.С.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ